



# Universidade Fernando Pessoa

Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Álgebra Linear e Geometria Analítica  
2004/2005

2ª Frequência – 01 de Junho de 2005 – 10h00

## Cursos das Engenharias do Ambiente, Informática, Civil e Qualidade

Duração: 1 h ; Tolerância: 15 min

### Notas:

1. Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.
2. Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.

### Enunciado

**1.** (3 valores) Sendo  $V$  um espaço vectorial euclidiano e  $u, v \in V$ , calcule o cosseno do ângulo entre os vectores  $u$  e  $v$ , sabendo que  $|u|=3$ ,  $|v|=3$  e  $|u+v|=4\sqrt{5}$ .

**2.** (3 valores) Dados  $V = R^2$  e o produto interno  $(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = 2x_1x_2 + 3y_1y_2$ , calcule um vector unitário, simultaneamente ortogonal aos vectores  $u = (1, 2)$  e  $v = (2, 4)$ .

**3.** (8 valores) Determine a equação reduzida e o género de cónica representada pela equação. Prove que os vectores unitários encontrados são ortogonais.

$$2x^2 + 2y^2 + 2xy + 7\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}y + 10 = 0.$$

**4.** (3 valores) Estude a posição relativa das rectas:

$$r_1 : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x \end{cases} \text{ e } r_2 : \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 - 6t \\ z = 3t \end{cases}.$$

**5.** (3 valores) Determine as equações da recta  $r$ , na forma simétrica, que passa pelo ponto

$A = (-2, 1, 3)$  e é ortogonal, simultaneamente, às rectas  $r_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$  e  $r_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{z}{-1}; y = 2$ .