Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame Final **1999/2/2**

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Cursos:

Arquitetura e Urbanismo
Engenharia do Ambiente
Engenharia Civil
Engenharia da Comunicação
Engenharia da Qualidade

Duração: 2 h
Tolerância: 30 min

Nota: Apresente <u>todos</u> os cálculos que efectuar, <u>justificando</u> devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis.

1. Determine para que valores de $\underline{a}$, $\underline{b}$ e $\underline{c}$ os seguintes sistemas de equações lineares são equivalentes:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = a \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = b \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = c \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 2 \end{cases}$$

2. Determine $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{d}$, $\underline{e}$, $\underline{f}$ de modo a que se verifique a seguinte igualdade:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

3. Mostre que os vectores $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ são linearmente dependentes se e só se um deles fôr combinação linear dos restantes.

4. Considere a transformação $\mathbf{T}: \Re^3 \to \Re^3$ que transforma os vectores $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ e $\bar{e}_3$ respectivamente em $2\bar{e}_1 + \bar{e}_2$, $2\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 + \bar{e}_3$, $-\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$.

a) Determine a matriz associada a **T**.

b) Determine a imagem do vector (1,0,-1) pela transformação **T**.

5. Sabendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$ calcule $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x+3 & 3y & 3z+2 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$.

6. Sabendo que $\begin{vmatrix} 1+a^3 & a^2 & a \\ 1+b^3 & b^2 & b \\ 1+c^3 & c^2 & c \end{vmatrix} = 0$ e que $a \neq b \neq c$, prove que $abc = -1$.

7. Determine uma matriz **P** que diagonalize $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ e efectue a diagonalização.

8. Determine a equação reduzida e classifique a seguinte quádrica:

$$5x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 10x + 20z - 3 = 0$$

Questão	**Cotação**
1	*30*
2	*20*
3	*15*
4.a	*10*
4.b	*10*
5	*15*
6	*30*
7	*50*
8	*20*
Total:	*200*

Prof: Alzira Dinis

Prof. Ana Fonseca