



Universidade Fernando Pessoa

Faculdade de Ciência e Tecnologia

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Ano Lectivo 2003/04

2ª Frequência – 4 de Fevereiro de 2004

Cursos: Eng^a do Ambiente, Eng^a Civil e Eng^a Informática

Duração: 1 h 30 min; Tolerância: 30 min

Notas:

Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

Não utilize a regra de Sarrus para o cálculo de determinantes.

Escreva cada GRUPO de questões em FOLHAS SEPARADAS.

Grupo I

(uma folha de teste separada)

1. (3 valores) Determine o valor de x que verifica:
$$\begin{vmatrix} x & -1 \\ 3 & 1-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & x & -6 \\ 1 & 3 & x-5 \end{vmatrix}.$$

2. (3 valores) Utilizando apenas as propriedades dos determinantes, calcule o determinante de:

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & b+a \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Grupo II

(outra folha de teste separada)

3. (4 valores) Obtenha uma base ortonormal para o subespaço U de \mathbb{R}^4 gerado pelos vectores seguintes:

$$v_1 = (1, 1, 1, 1), \quad v_2 = (1, 1, 2, 4) \quad e \quad v_3 = (1, 2, -4, -3)$$

4. (2 valores) Mostre que os pontos $A = (-1, 4, -3)$, $B = (2, 1, 3)$ e $C = (4, -1, 7)$ são colineares.

Grupo III

(outra folha de teste separada)

5. (6 valores) Determine a equação reduzida e classifique a seguinte cónica:

$$x^2 + y^2 + xy + 5\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}y + 1 = 0$$

6. (2 valores) Prove que o vector $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ é normal ao plano descrito pela equação geral $ax+by+cz=d$.