Universidade Fernando Pessoa

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Álgebra Linear e Geometria Analítica
Exame de TE – 05 de Julho de 2005 – 11h00

Cursos das Engenharias do Ambiente, Informática, Civil e Qualidade

Duração: 2 h ; Tolerância: 15 min

Notas:

1. Apresente <u>todos</u> os cálculos que efectuar, <u>justificando</u> devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.
2. Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.

<u>Enunciado</u>

1. (3 valores) Resolva o seguinte sistema linear de equações homogéneo pelo método de eliminação de Gauss-Jordan: $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$.

2. (3 valores) Mostre que $\begin{bmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 & g \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 \end{bmatrix}$ não é invertível para todos os valores das suas entradas.

3. (3 valores) Prove a identidade seguinte, sem calcular os determinantes: $\begin{vmatrix} a_1 + b_1 t & a_2 + b_2 t & a_3 + b_3 t \\ a_1 t + b_1 & a_2 t + b_2 & a_3 t + b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = (1-t)(1+t)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$.

4. (3 valores) Determine se $\mathbf{v_1} = (1,1,2)$, $\mathbf{v}_2 = (1,0,1)$ e $\mathbf{v}_3 = (2,1,3)$ geram o espaço vectorial R3.

5. (4 valores) Determine se a matriz de vectores próprios unitários relativa à matriz $\{(0,0,2),(1,2,1),(1,0,3)\}$, constitui uma base ortogonal.

6. (4 valores) Encontre uma base ortonormal para os vectores $\{(0,1,0),(-1,0,1),(-2,1,1)\}$, em relação ao produto interno em R^3 $(x_1, y_1, z_1)\cdot(x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + 2y_1y_2 + 3z_1z_2$.

Docente: Alzira Dinis (madinis@ufp.pt; http://www.ufp.pt/~madinis)