



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciência e Tecnologia
Exame de Recurso 1999/7/6
Álgebra Linear e Geometria Analítica

Cursos:

Arquitetura e Urbanismo
Engenharia do Ambiente
Engenharia Civil
Engenharia da Comunicação
Engenharia da Qualidade

Duração: 2 h
Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis.

1. Discuta o seguinte sistema de equações lineares em função do parâmetro real a :

$$\begin{cases} ax - z + (a+1)w = 1 \\ -x + y + z + w = a \\ (a-1)x + y + (a-2)z + 2aw = a - 2 \end{cases}$$

2. Determine a inversa da matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Pelo método $[\mathbf{A}|\mathbf{I}]$
- Pelo método da matriz adjunta (neste caso calcule apenas as duas primeiras linhas de \mathbf{A}^{-1})

3. Considere a transformação $\mathbf{T}: \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathbf{P}_2$, $\mathbf{T}(a,b,c) = ax^2 + \lambda(b-a)x + c - b$, sendo $\lambda \in \mathfrak{R}$
- Verifique se \mathbf{T} é linear.
 - Determine a dimensão do núcleo e da imagem de \mathbf{T} em função do parâmetro λ .
 - Determine uma base para o núcleo e outra para a imagem de \mathbf{T} .

4. Calcule o seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

5. Considere o seguinte conjunto de vectores: $\{(1,2,1);(1,1,1);(1,0,-2)\}$
- Prove que os vectores constituem uma base de \mathfrak{R}^3 .
 - Encontre uma base ortonormal a partir da base anterior, relativamente ao seguinte produto interno:

$$(x_1, y_1, z_1) \cdot (x_2, y_2, z_2) = 2x_1x_2 + 3y_1y_2 + z_1z_2$$

6. Deduza as equações da recta definida pela interseção de dois planos.

Questão	Cotação
1	15
2.a	30
2.b	15
3.a	15
3.b	30
3.c	5
4	35
5.a	15
5.b	25
6	15
Total:	200

Prof: Alzira Dinis

Prof. Ana Fonseca