



Universidade Fernando Pessoa

Exame 1996/07/11

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso de **Engenharia do Ambiente** A - 1º ano

Curso de **Engenharia da Qualidade** A - 1º ano

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Utilizando operações elementares sobre linhas para determinar a matriz inversa da matriz A do sistema seguinte, resolva-o aplicando a fórmula $X=A^{-1}B$, em que X representa a matriz das incógnitas e B a matriz dos termos independentes.

$$\begin{cases} x + 2y + z + 2t = 1 \\ 2x + 4y + t = 2 \\ 3x + 3y + z + t = 3 \\ 2x + 2z + 3t = 4 \end{cases}$$

2. - Prove que a aplicação F tal que: $X(x,y,z) \xrightarrow{F} Y(x-y, 2x, x+2y-3z)$ é uma transformação linear.
3. - Utilizando as propriedades dos determinantes prove, indicando convenientemente todos os passos, que:

$$\begin{vmatrix} a+d & b+d & b+c & d \\ c & a+c & a+b & c \\ a+c+d & b+c+d & 2b+c & c+d \\ b+c & a+b+c & 0 & b \end{vmatrix} = a^2b^2$$

4. - Resolva a equação
$$\begin{vmatrix} 1 & 3x & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. - Demonstre a inequação de Cauchy-Schwarz para vectores não-nulos.

6. - Considere uma base de \mathfrak{R}^4 definida por $A = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4\}$, com $\vec{v}_1 = (1, 1, 0, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 0, 2, 1)$, $\vec{v}_3 = (0, 1, 2, 1)$ e $\vec{v}_4 = (1, 2, 1, 0)$. Determine a correspondente base ortonormal.

7. - Determine a equação reduzida da quádrlica $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 = 0$.