Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame **1998/12/12**

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso de **Engenharia Civil –** Época especial para finalistas

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente <u>todos</u> os cálculos que efectuar, <u>**JUSTIFICANDO**</u> devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

1. Se $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$, verifique se $(\mathbf{AB})^{\mathrm{T}} = \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.

2. Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, o sistema seguinte:

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = -1 \\ x + y + 2z + t = 1 \\ 2x + z - t = 4 \\ 2y + 3z + 3t = -2 \\ 3x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

3. Verifique, explicando convenientemente, se os conjuntos seguintes são subespaços de $\Re^3$:

(a) $\mathbf{A} = \{(a, b, a+b) : a, b \in \Re\}$.

(b) $\mathbf{X} = \{(x, y, z) : x + y + z = 1\}$.

4. Aplique a regra de Cramer para determinar a solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}.$$

5. Aplicando as propriedades dos determinantes, calcule:

(a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$

(b) $\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 7 & 2 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 12 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{4}{3} \end{vmatrix}.$

(c) $\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 7 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 12 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{4}{3} \end{vmatrix}.$

6. Determine x de forma que o determinante seguinte seja nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 3+x \end{vmatrix}.$$

7. Considere a transformação de $\Re^3$ em $\Re^3$ definida pela matriz:

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -8 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. Determine:

(a) Os valores próprios,

(b) Os vectores próprios,

(c) A matriz $\mathbf{A}$ diagonalizada.

8. Determine a equação reduzida e o género de cónica representada pela equação $x_1^{\,2} + 6x_1x_2 + 9x_2^{\,2} = 0$.

9. Dado o plano π_1 que passa pelo ponto $A = (2,1,3)$ e é paralelo aos vectores $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ determine:

(a) A equação geral do plano,

(b) As equações paramétricas do plano,

(c) As equações na forma simétrica da recta r de intersecção do plano dado ao plano π_2 dado pelas equações: $\begin{cases} x = 2 - 2h + 3t \\ y = 4 + h + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$.