



Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Álgebra Linear e Geometria Analítica
Exame de Recurso – 13 de Junho de 2005 – 14h00

Cursos das Engenharias do Ambiente, Informática, Civil e Qualidade

Duração: 2 h ; Tolerância: 15 min

Notas:

1. Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.
2. Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.

Enunciado

1. (3 valores) Considere o sistema de equações
$$\begin{cases} ax + by = k \\ cx + dy = l \\ ex + fy = m \end{cases}$$
. Discuta as posições relativas das rectas $ax + by = k$, $cx + dy = l$ e $ex + fy = m$.

2. (3 valores) Resolva a seguinte equação matricial para a , b , c e d :
$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$
.

3. (3 valores) Seja $\mathbf{p} = (2, k)$ e $\mathbf{q} = (3, 5)$. Encontre k de modo que:

- a) \mathbf{p} e \mathbf{q} sejam paralelos.
- b) \mathbf{p} e \mathbf{q} sejam ortonais.
- c) O ângulo entre \mathbf{p} e \mathbf{q} seja $\pi/3$.

4. (3 valores) Encontre uma base para o espaço gerado pelos vectores: $\mathbf{v}_1 = (1, -2, 0, 0, 3)$, $\mathbf{v}_2 = (2, -5, -3, -2, 6)$, $\mathbf{v}_3 = (0, 5, 15, 10, 0)$ e $\mathbf{v}_4 = (2, 6, 18, 8, 6)$.

5. (4 valores) Encontre uma matriz \mathbf{P} que diagonalize $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

6. (4 valores) Encontre uma base ortonormal para os vectores $\{(0, 1, 0), (-1, 0, 1), (-2, 1, 1)\}$, em relação ao produto interno em \mathbb{R}^3 $(x_1, y_1, z_1) \cdot (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + 2y_1y_2 + 3z_1z_2$.