Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame da época especial trabalhador-estudante

Álgebra Linear e Geometria Analítica

1998/11/14

Curso de **Engenharia do Ambiente**
Curso de **Engenharia da Comunicação**
Curso de **Engenharia Civil**
Curso de **Engenharia da Qualidade**

Duração: 2 h
Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.
Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.

1. Encontre uma matriz **K** que satisfaça a igualdade **AKB**=**C**, sendo

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix},\quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix} 8 & 6 & -6 \\ 6 & -1 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2,5 valores)

2. Determine os valores de λ para os quais os seguintes vectores são linearmente dependentes em $\Re^3$

$$\mathbf{v_1}=(\lambda,-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}),\quad \mathbf{v_2}=(-\frac{1}{2},\lambda,-\frac{1}{2}),\quad \mathbf{v_3}=(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\lambda)$$

(3 valores)

3. Verifique se $\mathbf{P} = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 : a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0,\ a_0, a_1, a_2, a_3 \in \Re\}$ é sub-espaço vectorial de $\mathbf{P_3}$.

(2 valores)

4. Mostre que

$$\begin{vmatrix} a_1 + b_1t & a_2 + b_2t & a_3 + b_3t \\ a_1t + b_1 & a_2t + b_2 & a_3t + b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = (1 - t^2)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

(3 valores)

5. Utilize a regra de Cramer para determinar em que condições o seguinte sistema é possível

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 0 \\ x + y + \beta z = 0 \\ \alpha x + \beta y + z = 0 \end{cases}$$

(2 valores)

6. Dado um espaço vectorial **E** e uma base *S*= $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$, deduza as fórmulas que lhe permitem obter a base ortogonal *S'*= $\{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3\}$ a partir de *S*.

(3,5. valores)

7. Determine a equação reduzida e classifique a seguinte quádrica:

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2yz - 4x + 6y - 2z + 2 = 0$$

(4 valores)

Prof: Alzira Dinis

Prof. Ana Fonseca