



Universidade Fernando Pessoa

Exame 1996/02/16

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso de **Engenharia do Ambiente** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Qualidade** - 1º ano

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar.

1. - Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = -6 \end{cases}$$

- Resolva o sistema utilizando o método de Gauss-Jordan.
- Resolva o sistema usando a regra de Cramer.
- Determine a inversa da matriz deste sistema.
- Resolva o sistema usando a equação $X = A^{-1}B$

2. - Considere a transformação linear $f: E^3 \rightarrow E^3$ definida por

$$f(x, y, z) = (x+y+z, x+y+3z, x+y) \quad A(x, y, z) \in E^3$$

- Verifique que a transformação é linear.
- Encontre a matriz da aplicação f na base $\{(1, 0, 1), (-1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$.

3. - Considere a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) Calcule os valores próprios e os vectores próprios.
- b) Verifique que os vectores próprios são linearmente independentes.
- c) Diagonalize a matriz A.

4. - Considere a seguinte função definida em V^2 :

$$(a, b) \cdot (c, d) = 4ac - ad - bc + 2bd$$

- a) Mostre que a função acima define um produto interno em V^2 .
- b) Use o processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt para obter uma base ortonormada para o espaço euclidiano V^2 a partir da base $\{(2, 2), (-3, 7)\}$.

(Note que em qualquer dos casos a definição de produto interno a utilizar nos cálculos é a definida no enunciado do problema.)

Prof: Alzira Dinis

Boa sorte!