



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciência e Tecnologia
Exame da época especial para alunos finalistas
Álgebra Linear e Geometria Analítica
2000/09/18

Curso de **Engenharia do Ambiente**
Curso de **Engenharia Informática**
Curso de **Engenharia Civil**
Curso de **Engenharia da Qualidade**
Curso de **Arquitetura e Urbanismo**

Duração: 2 h
Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

1. (2 valores) Determine a matriz \mathbf{X} que verifica a seguinte igualdade:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. (2 valores) Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, o sistema seguinte:

$$\begin{cases} y - z + w = 4 \\ -x + y + 2z + w = 1 \\ -x + z + 2w = -2 \end{cases}$$

3. Considere a seguinte transformação: $\mathbf{T}: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, $\mathbf{T}(x,y) = (y, x, kx^2)$, sendo k um número real.
- a) (1.5 valores) Determine para que valores de k a transformação \mathbf{T} é linear.
- b) (1 valor) Determine a matriz associada a \mathbf{T} quando $k=0$.

4. (2 valores) Aplique a regra de Cramer para determinar a solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

5. (1.5 valores) Sem aplicar a regra de Sarrus, calcule $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

6. (2.5 valores) Calcule $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ e deduza daí o valor de $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 12 & 8 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

7. Considere a recta r definida por $\begin{cases} y = 2 - ax \\ z = 3 + x \end{cases}$ e o plano π de equação geral $bx + 2by + bz = 2$. Determine para que valores dos parâmetros a e b a recta r e o plano π são:

- a) (1 valor) paralelos;
b) (1 valor) perpendiculares.

8. (5.5 valores) Determine a equação reduzida e o género da quádrlica representada pela equação

$$2x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4xy - 2xz + 2yz - 10x - 6y - 2z - 7 = 0.$$