Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciências e Tecnologia

Exame Época de Recurso

Álgebra Linear e Geometria Analítica

2000/Junho/19

Curso de ***Engenharia do Ambiente***
Curso de ***Engenharia Informática***
Curso de ***Engenharia Civil***
Curso de ***Engenharia da Qualidade***
Curso de ***Arquitectura e Urbanismo***

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.

Escreva cada GRUPO de questões em FOLHAS SEPARADAS.

Grupo I

1. (4 valores)

Calcule a inversa da matriz [A] pelo método $[A|I] \rightarrow [I|A^{-1}]$:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Grupo II

2. (4 valores). Considere a seguinte matriz de 4x4: $A = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ x \end{bmatrix}$; onde *u*, *v*, *w* e *x* são as linhas de ***A*** e que *det* (*A*)= -3.

Encontre os determinantes das seguintes matrizes:

(a) $B = \begin{bmatrix} u - v \\ v \\ u + v - 3x \\ w + u \end{bmatrix}$ (b) $C = \begin{bmatrix} u + v \\ u - 2v - x \\ u + 2v - 4w + 2x \\ u - v + w - x \end{bmatrix}$

Grupo III

3. (3 valores)

Seja *V* um espaço de produto interno e seja v_o um vector qualquer de *V*. Seja *T* a transformação que a partir de um vector *v* origina o seu produto interno com v_o. Determine se se trata de uma transformação linear.

Grupo IV

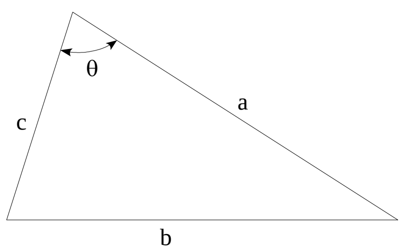
4. (4 valores).

Determine qual a matriz ***A*** que tem como valores próprios e vectores próprios respectivamente: $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 4$, $\vec{v}_1 = (-1,1)$, $\vec{v}_2 = (\frac{2}{3},1)$.

Grupo V

5. (5 valores)

Considere o triângulo escaleno de lados [a,b,c] representado na figura ao lado. Utilize as propriedades do produto escalar (ou produto interno) para demonstrar a lei dos cosenos (também designada por teorema de Carnot):



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot Cos\ \theta$$