Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Álgebra Linear e Geometria Analítica

Exame de trabalhador-estudante (2º semestre)
Engª do Ambiente, Civil e Informática – 1º ano
19 de Julho de 2004

Instruções:

- A duração desta prova é de **2 horas** com **30 minutos** de tolerância.
- Não é permitido a consulta de quaisquer material, para além do eventualmente fornecido ou **escrever a lápis**.
- **O teste será realizado individualmente**
- Identifique-se em todas as folhas de teste no local apropriado
- Leia as questões **ATENTAMENTE** e justifique tudo adequadamente, especialmente os exercícios.
- Apresente **todos os cálculos** que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.
- Indique todos os passos efectuados na resolução dos exercícios, bem como os pressupostos assumidos.
- Identifique no canto superior direito da primeira página de cada folha de teste, sequencialmente, o nº da folha sobre o número total de folhas
- Sempre que pedir uma folha de rascunho (além da primeira), será recolhida a anterior.
- **Pode escrever no enunciado, sempre que tal achar necessário.**

Nome: **Nº**:

Resolva cada grupo de questões em folhas separadas

Grupo I

(uma folha de teste separada)

1. (4 valores) Resolva, recorrendo ao método de Gauss-Jordan, o seguinte sistema relativo a um triângulo de lados a, b, c e ângulos α (entre a e c), β (entre c e a) e γ (entre a e b):

$$\begin{cases} b\cos\gamma + c\cos\beta = a \\ c\cos\alpha + a\cos\gamma = b \\ a\cos\beta + b\cos\alpha = c \end{cases}.$$

.

2. (3 valores) Suponha-se que existem 3 pontos distintos no plano (x_1, y_1), (x_2, y_2) e (x_3, y_3), nem todos sobre uma linha recta. Da Geometria Analítica, sabemos que existe um único círculo, digamos $c_1\left(x^2+y^2\right)+c_2x+c_3y+c_4=0$, que passa por eles. Substituindo as coordenadas dos 3 pontos nesta equação, permite-nos obter

$$\begin{aligned} c_1\left(x_1^2+y_1^2\right)+c_2x_1+c_3y_1+c_4=0 \\ c_1\left(x_2^2+y_2^2\right)+c_2x_2+c_3y_2+c_4=0 \\ c_1\left(x_3^2+y_3^2\right)+c_2x_3+c_3y_3+c_4=0 \end{aligned}$$

. As 4 equações formam um sistema linear homogéneo com soluções c_1, c_2, c_3 e c_4 não triviais (solução trivial: $c_1=c_2=c_3=c_4=0$; tudo o resto é não trivial). Assim, o determinante da matriz dos coeficientes é nulo. Recorra aos conceitos explanados para encontrar a equação simplificada e padrão, especificando o seu centro e raio, do círculo que passa pelos três pontos $(1,7)$, $(6,2)$ e $(4,6)$.

Grupo II

(outra folha de teste separada)

3. (2 valores) Seja $V=\Re^3$. Determinar o subespaço gerado pelo conjunto $A=(v_1, v_2, v_3)$, sendo $v_1=(1, 1, 1),\quad v_2=(1, 1, 0),\quad v_3=(1, 0, 0)$.

Alzira Dinis, Ana Fonseca e Fernando Caldeira

4. (3 valores) Seja a matriz $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -2 & 3\\ 0 & 4\end{bmatrix}$. Esta matriz determina a transformação:

$T_A:\Re^2 \rightarrow \Re^3$, ou $T_A(v)=A.v$, sendo $v=(x,\ y)$. Verifique se T_A é linear ou não.

Grupo III

(outra folha de teste separada)

5. (2 valores) Determine *m* e *n* para que o ponto P = (3, m, n) pertença à recta *s:*

$$s=\begin{cases} x=1-2t\\ y=-3-t\\ z=-4+t\end{cases}$$

6. (6 valores) Determine a equação reduzida da seguinte quádrica:

$$2x^2+2y^2+5z^2-4xy-2xz+2yz-10x-6y-2z-7=0$$

Alzira Dinis, Ana Fonseca e Fernando Caldeira