ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA

Exame 21/2/97

Cursos: **Engenharia das Construções Civis**
Engenharia da Qualidade

Duração: 3 horas

I. Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x - y + 2z + t = 5 \\ x - 4y - z - 2t = 14 \\ -2x + 2y + z + t = -7 \\ x - 7y + z + 2t = 10 \end{cases}$$

A. Resolva este sistema utilizando o método de Gauss-Jordan.

B. Mostre que a equação matricial de um sistema **AX**=**B** é equivalente a **X**=$\mathbf{A}^{-1}$**B**.

C. Resolva o sistema acima através da expressão **X**=$\mathbf{A}^{-1}$**B**, utilizando o método da matriz adjunta para o cálculo de $\mathbf{A}^{-1}$.

II. Considere a seguinte transformação: $\mathbf{T}: \Re \to \Re$, definida por **T**(x)=f(x), $\forall x \in \Re$. Sabendo que **T** é uma transformação linear, prove que também é linear a transformação $\mathbf{G}: \Re \to \Re$, definida por **G**(x)=f’(x), $\forall x \in \Re$, em que f’(x) representa a derivada de f(x).

III. Sabendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, calcule $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3x & 3y & 2 \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 3z \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix}$, enunciando os princípios em que se baseou.

IV. Considere o seguinte conjunto de vectores: $\{(1,2,1);(1,1,1);(1,0,-2)\}$

A. Prove que os vectores constituem uma base de $\Re^3$.

B. Encontre uma base ortonormal a partir da base anterior, relativamente ao seguinte produto interno:

$$(x_1, y_1, z_1).(x_2, y_2, z_2) = 2x_1x_2 + 3y_1y_2 + z_1z_2$$

V. Determine a equação reduzida e classifique a seguinte quádrica:

$$4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + 12x_1 - 6x_3 = 3$$

Alzira Dinis
Ana Fonseca