



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciência e Tecnologia
Exame 1999/11/22
Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso de **Engenharia Civil** – Época especial para finalistas

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

1. Determine a matriz \mathbf{X} que verifica a seguinte igualdade: $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, o sistema seguinte:

$$\begin{cases} y - z + w = 4 \\ -x + y + 2z + w = 1 \\ -x + z + 2w = -2 \end{cases}$$

3. Considere a seguinte transformação: $\mathbf{T}: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, $\mathbf{T}(x,y) = (y, x, kx^2)$, sendo k um número real.

- a. Determine para que valores de k a transformação \mathbf{T} é linear.
- b. Determine a matriz associada a \mathbf{T} quando $k=0$.

4. Aplique a regra de Cramer para determinar a solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

5. Sem aplicar a regra de Sarrus, calcule $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

6. Calcule $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ e deduza daí o valor de $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 12 & 8 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

7. Considere a recta r definida por $\begin{cases} y = 2 - ax \\ z = 3 + x \end{cases}$ e o plano π de equação geral

$bx + 2by + bz = 2$. Determine para que valores dos parâmetros a e b a recta r e o plano π são:

- paralelos;
- perpendiculares.

8. Determine a equação reduzida e o género da quádrlica representada pela equação

$$2x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4xy - 2xz + 2yz - 10x - 6y - 2z - 7 = 0.$$

Questão	Cotação
1	20
2	20
3.a	15
3.b	10
4	20
5	15
6	25
6.a	10
6.b	10
7	55
Total:	200