Universidade Fernando Pessoa

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Ano Lectivo 2003/04

1ª Frequência – 26 de Novembro de 2003 – 12h00

Cursos das Engenharias do Ambiente, Informática, Civil e Qualidade

Duração: 1 h 30 min; Tolerância: 30 min

Notas:

1. Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.
2. Utilize sempre matrizes na resolução de sistemas de equações lineares, a não ser que no enunciado lhe seja pedido outro método.
3. Escreva cada GRUPO de questões em FOLHAS SEPARADAS.

Grupo I

(uma folha de teste separada)

1. (4 valores) Considere as matrizes A, B e C seguintes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Resolva a equação matricial seguinte, e obtenha X a partir das matrizes A, B e C dadas:

$$AX - C = B$$

Grupo II

(outra folha de teste separada)

2. (4 valores) Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x-2y+3z=0 \\ -3x+7y-8z=0 \\ -2x+4y-6z=0 \end{cases}.$$

Verifique se o conjunto dos vectores (x,y,z) que são solução deste sistema é um sub-espaço vectorial de $\Re^3$.

3. (4 valores) Considere o seguinte conjunto de vectores:

$$\mathrm{B}=\{(1,1,2);(2,3,0);(3,3,4)\}.$$

Prove que B é uma base de $\Re^3$

Grupo III

(outra folha de teste separada)

4. (4 valores)

Tenha em atenção o seguinte teorema: "Para uma transformação linear, $T: V \to W$, se $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ geram V, então $\{T(v_1), T(v_2), ..., T(v_n)\}$ geram a imagem de V";

Considerando a base $S=\{\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3\}$ para $\Re^3$, onde $\mathbf{v}_1=(1,1,1)$, $\mathbf{v}_2=(1,1,0)$ e $\mathbf{v}_3=(1,0,0)$; sendo $T:\Re^3 \to \Re^2$ uma transformação linear tal que:

$$T(\mathbf{v}_1)=(1,0),\ T(\mathbf{v}_2)=(2,-1),\ T(\mathbf{v}_3)=(4,3).$$

Encontre a fórmula que expressa a transformada e utilize-a para calcular $T(2,-3,5)$.

5. (4 valores) Seja $T:\Re^2 \to \Re^3$ uma transformação linear definida por

$$T\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_2 \\ -5x_1+13x_2 \\ -7x_1+16x_2 \end{bmatrix}.$$

Encontre a matriz para a transformação T com relação às bases

$$B=\{\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2\} \text{ para } \Re^2 \text{ e } B'=\{\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3\} \text{ para } \Re^3, \text{ onde:}$$

$$\mathbf{u}_1=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{u}_2=\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{v}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ \mathbf{v}_2=\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{v}_3=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$