Universidade Fernando Pessoa

Exame de Recurso **1996/09/27**

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso de **Engenharia do Ambiente** A **-** 1º ano
Curso de **Engenharia da Qualidade** A **-** 1º ano

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Se A=$\begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ e B=$\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$, verifique se $(AB)^T=B^TA^T$.

2. - Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, o sistema seguinte:

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = -1 \\ x + y + 2z + t = 1 \\ 2x + z - t = 4 \\ 2y + 3z + 3t = -2 \\ 3x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

3. - Verifique, explicando convenientemente, se os conjuntos seguintes são subespaços de $\Re^3$:

a) A={(a,b,a+b): a,b $\in \Re$},
b) X={(x,y,z): x+y+z=1}.

4. - Aplique a regra de Cramer para determinar a solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

5. - Aplicando as propriedades dos determinantes, calcule:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$,

b) $\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 7 & 2 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 12 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{4}{3} \end{vmatrix}$,

c) $\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 7 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 12 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{4}{3} \end{vmatrix}$.

6. - Determine x de forma que o determinante seguinte seja nulo.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 3+x \end{vmatrix}$$

7. - Considere a transformação de $\Re^3$ em $\Re^3$ definida pela matriz

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -8 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$ Determine:

a) Os valores próprios,
b) Os vectores próprios,
c) A matriz A diagonalizada.

8. - Determine a equação reduzida e o género de cónica representada pela equação $x_1^2 + 6x_1x_2 + 9x_2^2 = 0$.

9. - Dado o plano π_1 que passa pelo ponto A=(2,1,3) e é paralelo aos vectores $\vec{u} = -3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ determine:

a) A equação geral do plano,
b) As equações paramétricas do plano,
c) As equações na forma simétrica da recta r de intersecção do plano dado ao plano π_2 dado pelas equações:

$$\begin{cases} x = 2 - 2h + 3t \\ y = 4 + h + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}.$$

Prof: Alzira Dinis