



Universidade Fernando Pessoa

Exame 1996/07/03

Análise Matemática II

Curso de **Engenharia do Ambiente** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Comunicação e Design** - 1º ano

Duração: 2 h

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Calcule o módulo e argumento principal do número complexo $-3 + \sqrt{3}i$ e represente este último graficamente.

2. - Escreva $\frac{1 - e^{\frac{\pi i}{2}}}{1 + e^{\frac{\pi i}{2}}}$ na forma $a+bi$.

3. - Demonstre que a série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ diverge e diga de que série se trata.

4. - Determine os valores de x para os quais a série $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 + n}$ é convergente. Aplique o teste da razão.

5. - Ache o comprimento de arco s da curva $\vec{R} = (3t^2)\vec{i} + (t^3 - 3t)\vec{j}$ entre $t=0$ e $t=1$.

6. - Se $\vec{R} = (2 \cos t)\vec{i} + (2 \sin t)\vec{j} + 3t\vec{k}$, encontre \vec{V} , v , \vec{A} , \vec{T} , $\vec{V} \times \vec{A}$, k e \vec{N} .

7. - Se $f(x,y) = 4x^2 + xy + 9y^2$ encontre:

a) $\nabla f(1,2)$

b) $D_{\vec{u}} f(1,2)$, onde \vec{u} é o vector unitário na direcção de $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

8. - Calcule o integral de linha $\int_C (x + y)dx + (x + y^2)dy$ se $C: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t^2 \end{cases}$ e $0 \leq t \leq 1$.
9. - Calcule $\iiint_G (x + y + z)dxdydz$, onde G é o sólido limitado superiormente pelo plano $z=2-x-y$, inferiormente pelo plano $z=0$ e lateralmente pelo cilindro limitado pela região triangular $R: 0 \leq x \leq 1 \leq y \leq 1 - x$.
10. - Expresse o integral $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^6 \sqrt{x^2 + y^2} dzdydx$ como um integral triplo em coordenadas cilíndricas e calcule o integral obtido.