



**Universidade Fernando Pessoa**

Exame 1996/07/03

**Análise Matemática II**

Curso de **Engenharia do Ambiente** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Comunicação e Design** - 1º ano

Duração: 2 h

**Nota:** Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Calcule o módulo e argumento principal do número complexo  $-3 + \sqrt{3}i$  e represente este último graficamente.

2. - Escreva  $\frac{1 - e^{\frac{\pi i}{2}}}{1 + e^{\frac{\pi i}{2}}}$  na forma  $a+bi$ .

3. - Demonstre que a série  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  diverge e diga de que série se trata.

4. - Determine os valores de  $x$  para os quais a série  $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 + n}$  é convergente. Aplique o teste da razão.

5. - Ache o comprimento de arco  $s$  da curva  $\vec{R} = (3t^2)\vec{i} + (t^3 - 3t)\vec{j}$  entre  $t=0$  e  $t=1$ .

6. - Se  $\vec{R} = (2 \cos t)\vec{i} + (2 \sin t)\vec{j} + 3t\vec{k}$ , encontre  $\vec{V}$ ,  $v$ ,  $\vec{A}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{V} \times \vec{A}$ ,  $k$  e  $\vec{N}$ .

7. - Se  $f(x,y) = 4x^2 + xy + 9y^2$  encontre:

a)  $\nabla f(1,2)$

b)  $D_{\vec{u}} f(1,2)$ , onde  $\vec{u}$  é o vector unitário na direcção de  $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

8. - Calcule o integral de linha  $\int_C (x + y)dx + (x + y^2)dy$  se  $C: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t^2 \end{cases}$  e  $0 \leq t \leq 1$ .

9. - Calcule  $\iiint_G (x + y + z)dxdydz$ , onde  $G$  é o sólido limitado superiormente pelo plano  $z=2-x-y$ , inferiormente pelo plano  $z=0$  e lateralmente pelo cilindro limitado pela região triangular  $R: 0 \leq x \leq 1 \leq y \leq 1 - x$ .

10. - Expresse o integral  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^6 \sqrt{x^2 + y^2} dzdydx$  como um integral triplo em coordenadas cilíndricas e calcule o integral obtido.