Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Análise Matemática II
Exame de recurso (2º semestre)
Engª do Ambiente, Civil e Informática – 1º ano
5 de Julho de 2004

Instruções:

- A duração desta prova é de **2 horas**.
- Não é permitido a consulta de quaisquer material, para além do eventualmente fornecido ou **escrever a lápis**.
- **O teste será realizado individualmente**
- Identifique-se em todas as folhas de teste no local apropriado
- Apresente **todos os cálculos** que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.
- Indique todos os passos efectuados na resolução dos exercícios, bem como os pressupostos assumidos.
- Identifique no canto superior direito da primeira página de cada folha de teste, sequencialmente, o nº da folha sobre o número total de folhas
- Sempre que pedir uma folha de rascunho (além da primeira), será recolhida a anterior.

Resolva cada grupo de questões em folhas separadas

GRUPO I

1. *(4,5 valores)* Na geometria do plano, podemos dizer que o seguinte teorema é muito útil: Se $\mathbf{r}(t)$ é uma função vectorial no espaço bidimensional ou tri-dimensional e se $|\mathbf{r}(t)|$ é uma constante para todo o t, então $\mathbf{r}(t)\cdot\mathbf{r}'(t)=0$, isto é $\mathbf{r}(t)$ e $\mathbf{r}'(t)$ são vectores ortogonais para todo o t. Recorra a este teorema na resolução do seguinte exercício: Encontre o vector normal unitário para a curva dada por $\mathbf{R}(t)=e^{3t}\mathbf{i}+(1-4e^{t})\mathbf{j}$ para $t=0$. Teça comentários sobre os valores que encontra para $\mathbf{T}(0)$ e $\mathbf{N}(0)$.

2. *(2 valores)* Encontre uma fórmula para a segunda derivada de um produto, $\dfrac{d^2(uv)}{dx^2}$, se $u=f(x)$ e $v=g(x)$.

3. *(4,5 valores)* Calcule o integral triplo $\iiint_G y\,dV$, sendo ***G*** o sólido limitado superiormente pelo plano $z=y$, inferiormente pelo plano xy e lateralmente pelo cilindro parabólico $y=1-x^2$.

GRUPO II

4. *(4,5 valores)* Encontre $\int_C xy\,dx+x\,dy$, onde C é o arco do círculo unitário que une $(1,0)$ a $(0,1)$ na direcção anti-horária. *Sugestão*: utilize a parametrização $x=-t$.

5. *(4,5 valores)* Seja σ a parte da superfície $y=x^2+z^2$ para o qual $y\le 4$, orientado por um vector normal unitário concordante com o sentido positivo do eixo dos yy. Esboçe a superfície em questão e o domínio de integração no cálculo do fluxo, se $\mathbf{F}=z\mathbf{i}+y\mathbf{j}+x\mathbf{k}$.

Formulário: $\displaystyle\int\frac{x^2dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=-\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}+C$

Alzira Dinis
Ana Fonseca