



Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame época de recurso 2º semestre **1999/09/06**

Análise Matemática II

Curso de **Engenharia do Ambiente** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Comunicação** - 1º ano

Curso de **Engenharia Civil** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Qualidade** - 1º ano

Curso de **Arquitectura e Urbanismo** – 1º ano

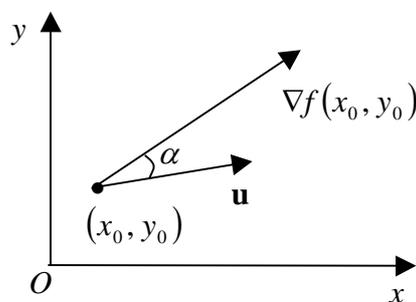
Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis.

1. Uma partícula move-se no plano de modo a que a sua posição no tempo t tem coordenadas polares $r = t$ e $\theta = t$. Determine:
 - a) O vector velocidade,
 - b) O vector aceleração,
 - c) A curvatura.

2. Se fixarmos um ponto (x_0, y_0) no plano xy , tal que se verifique o que se encontra na figura, deduza, explicando convenientemente, quando é que:



- a) A derivada direccional é nula.
- b) A derivada direccional assume o seu valor máximo

3. Dadas as seguintes funções: $z = e^{xy}$, $x = 2u + v$, $y = u/v$, encontre $\frac{\partial z}{\partial u}$ e $\frac{\partial z}{\partial v}$, utilizando a regra da cadeia.
4. Seja $\mathbf{F}(x, y, z) = 2xyz\mathbf{i} + (x^2z + z^2)\mathbf{j} + (x^2y + 2yz)\mathbf{k}$. Prove que o integral de linha $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ é independente do percurso e determine o seu valor entre os pontos $A = (1,5,0)$ e $B = (1,0,-1)$.
5. Calcule o seguinte integral de linha $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, onde $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ e C é a curva $\mathbf{r}(t) = \sin t\mathbf{i} + 3\sin t\mathbf{j} + \sin^2 t\mathbf{k}$, com $0 \leq t \leq \pi/2$.
6. Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$ e $az = x^2 + y^2$ ($a > 0$).
7. Calcule o fluxo através da superfície $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ orientada segundo normais direccionadas de acordo com a parte positiva e negativa do eixo dos z , respectivamente, para $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

Questão	Cotação
1.a	5
1.b	5
1.c	15
2.a	7,5
2.b	7,5
3	15
4	15
5	35
6	55
7	40
Total:	200

Prof: Alzira Dinis

Prof: Ana Fonseca