Universidade Fernando Pessoa

Exame **1998/01/08**

Análise Matemática II

Curso de **Engenharia das Construções Civis -** Época especial trabalhador-estudante

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

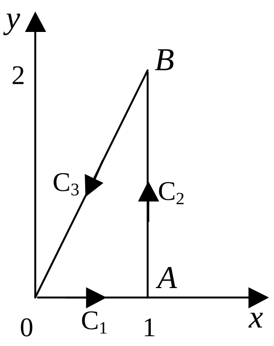
Nota: Apresente <u>todos</u> os cálculos que efectuar, <u>justificando</u> devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular.

1. Uma curva no espaço pode ser expressa geometricamente dando-se as coordenadas cilíndricas (r,θ,z) de um ponto P da curva em termos de um parâmetro t. Assim, se $\begin{cases} r = f(t) \\ \theta = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$ onde f, g e h são funções contínuas, então o ponto $P=(r,\theta,z)$ percorre a curva à medida que t varia. Deduza o comprimento de arco de uma curva em coordenadas cilíndricas entre o ponto onde o parâmetro tem o valor $t=a$ e o ponto onde $t=b$.

2. As equações $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ relacionam as coordenadas polares com as cartesianas. Estas equações definem r e θ implicitamente como funções de x e y. Utilize a diferenciação implícita para calcular $\frac{\partial r}{\partial x}$, $\frac{\partial \theta}{\partial x}$, $\frac{\partial r}{\partial y}$ e $\frac{\partial \theta}{\partial y}$.

   Atenção!!!

3. Calcule o integral de linha $\int_C x^2 y dx + x dy$ no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio através do caminho triangular mostrado na figura:



4. Caracterize e represente graficamente o domínio de integração e troque dx com dy no integral triplo $\int_0^2 \int_1^{2-x/2} \int_x^2 x^3 dz dy dx$.

5. A coordenada x_G do centro de massa da região definida por $1-\cos\theta \le \rho \le \sin\theta$, onde ρ representa o raio, é dada pela equação $x_G = \dfrac{f \iint_A x dx dy}{f \iint dx dy}$. Sendo a densidade f constante e sabendo que $\int \cos^n x dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$, calcule x_G, utilizando coordenadas polares. Represente graficamente o domínio de integração.

Prof: Alzira Dinis