



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciências e Tecnologia
Exame de Análise Matemática II
Exame da época trabalhador-estudante
Eng^a do Ambiente, Eng^a Civil, Eng^a da Qualidade e Eng^a Informática
10 de Setembro de 2001

INSTRUÇÕES:

- A duração desta prova é de **2 horas** com **30 minutos** de tolerância.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou escrever a lápis.
- Leia as questões **ATENTAMENTE**.
- Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.

Responda em folhas SEPARADAS aos grupos I, II e III.

Grupo I

1. Uma partícula move-se no plano de modo a que a sua posição no tempo t tem coordenadas polares $r=t$ e $\theta=t$. Determine:
 - a) (0,75 valores) o vector velocidade;
 - b) (0,75 valores) o vector aceleração;
 - c) (1,5 valores) a curvatura.
2. (1,5 valores) Dada a função $z = xy^2 + x^2 y$ com $y = \log_e x$, prove que $x \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}$.
3. (2,5 valores) Seja $f(x, y, z) = axy^2 + byz + cz^2 x^3$. Determine a , b e c sabendo que no ponto $P=(1,2,-1)$ o vector gradiente $\vec{\nabla} f$ é paralelo ao eixo dos z e tem módulo igual a 64.

Grupo II

4. (4 valores) Calcule $\int_C (x + 2y) dx + (x - y) dy$ sendo C a curva $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$ para $0 \leq t \leq \pi/4$.
5. (3,5 valores) Calcule e represente graficamente o volume do sólido limitado superiormente pelo parabolóide $z = x^2 + 4y^2$, inferiormente pelo plano $z=0$ e lateralmente pelos cilindros $y^2 = x$ e $x^2 = y$.

Grupo III

6. (3,5 valores) Calcule $\iiint_G 2x \, dV$, sendo G a região do espaço no 1º octante limitada pelos planos $x=0$, $y=0$, $z=4$ e pela superfície $z^2 = x^2 + y^2$.
7. (2 valores) Calcule $\iint_\sigma \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dS$, sendo σ a porção do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ abaixo do plano $z=1$.