



Universidade Fernando Pessoa  
Departamento de Ciências e Tecnologia  
Exame de **Análise Matemática II**  
Exame de Recurso

**Eng<sup>a</sup> do Ambiente, Eng<sup>a</sup> Civil, Eng<sup>a</sup> da Qualidade e Eng<sup>a</sup> Informática**  
16 de Julho de 2001

**INSTRUÇÕES:**

- A duração desta prova é de **2 horas** com **30 minutos** de tolerância.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou escrever a lápis.
- Leia as questões **ATENTAMENTE**.
- Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.

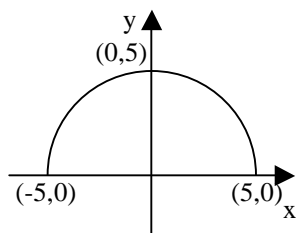
**Responda em folhas SEPARADAS aos grupos I, II e III.**

**Grupo I**

- 1) (2,5 valores) Mostre que a função  $u(x, t) = \text{sen}(x - ct)$  é uma solução da equação  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .
- 2) (2,5 valores) Sendo  $z = x^2 f\left(\frac{x}{y}\right)$ , prove que  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$ .
- 3) (3,25 valores) Dois lados de um triângulo têm comprimentos  $a = 4$  cm e  $b = 3$  cm, mas estão a aumentar a uma taxa de 1 cm/s. Se a área do triângulo permanece constante, a que taxa é que o ângulo  $\theta$  entre  $a$  e  $b$  se altera quando  $\theta = \frac{\pi}{6}$  ?  
Nota: Se  $y = \arcsen u$ ,  $y' = u' / \sqrt{1 - u^2}$

**Grupo II**

- 4) (3,25 valores) Mostre que a equação do plano que é tangente ao elipsóide  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  em  $(x_0, y_0, z_0)$  pode ser escrita na forma  $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} + \frac{z_0 z}{c^2} = 1$ .
- 5) (1,5 valores) Calcule o integral  $\int_C y dx - x dy$  ao longo da curva  $C$  mostrada na figura abaixo.



**Grupo III**

- 6) (4 valores) Utilize um integral triplo para encontrar o volume do sólido cuja base é a região limitada por  $y = x^2 - x + 1$ ,  $y = x + 1$  e  $z = x + 1$ . Esboce as regiões parciais do sólido e represente graficamente o volume do mesmo.
- 7) (3 valores) Seja  $\sigma$  a superfície com a equação  $z = 1 - x^2 - y^2$ , orientada para cima. Encontre o fluxo  $\Phi$  do campo de fluido  $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , através de  $\sigma$ .