



Universidade Fernando Pessoa

Exame 1997/11/17

Análise Matemática II

Curso de **Engenharia das Construções Civas** - Época especial

Duração: 2 h

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. Se a equação do movimento de uma partícula for $\vec{R} = \vec{F}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, onde x , y , e z são funções do tempo t , **deduza**, explicando convenientemente, as seguintes fórmulas:
 - 1.1. Vector velocidade,
 - 1.2. Vector aceleração,
 - 1.3. Velocidade instantânea,
 - 1.4. Vector tangente unitário,
 - 1.5. Comprimento de arco,
 - 1.6. Vector curvatura,
 - 1.7. Curvatura,
 - 1.8. Vector unitário principal.

2. Se $x^2(2y + 3z) + y^2(3x - 4z) + z^2(x - 2y) = xyz$, calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$.

3.
 - 3.1. Prove que $\int_c y \sin x dx - \cos x dy$ é independente do percurso de integração.
 - 3.2. Calcule ainda este integral entre os pontos $A = (0,1)$ e $B = (\pi, -1)$:
 - 3.2.1. Pelo teorema fundamental dos integrais de linha,

3.2.2. Integrando ao longo do segmento de recta que vai de A a B .

4. Calcule o integral triplo de $F(x, y, z) = Z$ sobre a região R limitada no primeiro octante pelos planos $y = 0$, $z = 0$, $x + y = 2$, $2y + x = 6$ e pelo cilindro $y^2 + z^2 = 4$. Represente graficamente o domínio de integração.
5. Altere a ordem de integração em x e y no integral $\int_0^1 \int_0^y \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz dx dy$ e represente graficamente o domínio de integração.
6. Seja σ a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ orientada segundo normas direccionadas para fora. Encontre o fluxo Φ do campo $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.