



**Instruções:**

- A duração desta prova é de **1 horas** com **15 minutos** de tolerância.
- Não é permitido a consulta de quaisquer material, para além do eventualmente fornecido ou escrever a lápis.
- **O teste será realizado individualmente**
- Identifique-se em todas as folhas de teste no local apropriado
- Leia as questões **ATENTAMENTE** e justifique tudo adequadamente, especialmente os exercícios.
- Apresente **todos os cálculos** que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.
- Indique todos os passos efectuados na resolução dos exercícios, bem como os pressupostos assumidos.
- Identifique no canto superior direito da primeira página de cada folha de teste, sequencialmente, o nº da folha sobre o número total de folhas
- Sempre que pedir uma folha de rascunho (além da primeira), será recolhida a anterior.
- **Pode escrever no enunciado, sempre que tal achar necessário.**

Nome:

Nº:

**Resolva cada grupo de questões em folhas separadas**

**GRUPO I**

1. (4,5 valores) Calcule o volume do sólido no 1º octante, limitado pelas coordenadas planas e por  $z = \sqrt{a^2 - r^2}$ . Faça o esboço do sólido, incluindo as suas vistas parciais. Estabeleça o mesmo integral em coordenadas cartesianas ou rectangulares, explicando os passos. Não necessita de o resolver.

2. (6,5 valores) Considere o integral  $\int (yzdx + xzdy + xydz)$ , onde  $\begin{cases} x = e^t \\ y = e^{3t} \\ z = e^{-t} \end{cases}$ , com  $0 \leq t \leq 1$ .

- a. Resolva o integral acima, recorrendo às equações paramétricas dadas.
- b. Verifique, explicando com detalhe, se é possível aplicar o Teorema da independência do percurso dos integrais de linha. Se for possível, aplique-o.

**GRUPO II**

3. (9 valores) Dada a  $\mathbf{F}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} - yz\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ , onde  $\sigma$  é a superfície  $z = x^2 + y^2$  abaixo do plano  $z = 1$ ,

- a. Utilize o Teorema da Divergência para calcular o integral de superfície correspondente à função.
- b. Resolva o integral  $\iint_{\sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  para a superfície  $\sigma$  e o mesmo integral para a superfície  $z = 1$ , ambos em coordenadas polares. O total do resultado obtido tem que dar igual à alínea anterior.