



Universidade Fernando Pessoa

Exame de Recurso 1996/09/21

Análise Matemática II

Curso de **Engenharia do Ambiente** - 1º ano

Curso de **Engenharia da Comunicação e Design** - 1º ano

Duração: 2 h

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Demonstre que $\int e^{\alpha x} \cos \beta x \, dx = \frac{e^{\alpha x} (\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x)}{\alpha^2 + \beta^2}$.

2. - Verifique se a sucessão $u_n = \frac{2}{\log(n+3)}$ é crescente, decrescente ou não-monótona.

3. - Estude pelo teste da raiz a convergência da série $S = \frac{1}{2!} + \frac{4}{(3!)^2} + \frac{27}{(4!)^3} + \dots$.

4. - Encontre o comprimento de arco da curva polar $r=4\theta^2$ entre $\theta=0$ e $\theta=\frac{3}{2}$.

5. - Se $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ com $x=2t+1$ e $y=t^3$, use a regra da cadeia para obter $\frac{dz}{dt}$.

6. - Suponha que y seja uma função implícita de x dada pela equação $x^3 y^2 + 3xy^2 + 5x^4 = 2y + 7$. Encontre o valor de $\frac{dy}{dx}$ quando $x=1$ e $y=1$.

7. - Para $f(x,y)=2x^2y + xe^{y^2}$ no ponto $(1,0)$, encontre:
- O valor máximo da derivada direccional,
 - O vector unitário \vec{u} da direcção para a qual o valor máximo calculado em a) é obtido.
8. - Seja R a região interior ao círculo $x^2 + y^2 \leq 4$ e seja f definida por $f(x,y)=\sqrt{4 - x^2 - y^2}$. Calcule $\iint_R f(x,y) \, dx dy$ em coordenadas polares.
9. - Seja R a região rectangular constituída por todos os pontos (x,y) tais que $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 2$. Defina-se a função f por $f(x,y)=2 + y - x$. Calcule $\iint_R f(x,y) \, dx dy$ e esboce a figura correspondente ao volume calculado.
10. - Seja R a região compreendida entre dois quadrados paralelos centrados na origem e cujos lados são paralelos aos eixos coordenados, sendo os lados respectivamente iguais a 2 e a 4. Calcule o integral $\iint_R e^{x+y} \, dA$, considerando R uma região do tipo I.