Universidade Fernando Pessoa

Faculdade de Ciência e Tecnologia
Exame de Análise Matemática II
Época especial para alunos estudante-trabalhadores
23 de Julho de 2004

Duração: **2h.30m**

Resolva cada grupo de questões em folhas separadas

GRUPO I

1. *(3 valores)* Seja $\mathbf{R}(t) = (t^2 + 1)\mathbf{i} + t^3\mathbf{j}$ a função vectorial que descreve a trajectória de uma partícula em movimento.

- ***a)*** Determine as coordenadas da posição da partícula no instante de tempo em que o seu vector velocidade é $\mathbf{V} = 4\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$.
- ***b)*** Determine a curvatura desta trajectória.
- ***c)*** Determine o comprimento do arco da curva descrita pela partícula entre t=0 e t= 2.

2. *(3 valores)* Seja $f(x,y,z) = e^{ax} + b\sqrt{y+z}$. Determine os valores de a e b que satisfazem simultaneamente as seguintes condições:

- No ponto P=(0,3,1) a função f toma o valor -1.
- Nesse mesmo ponto a derivada direccional máxima tem o valor $\sqrt{\dfrac{33}{8}}$.

3. *(4 valores)*. Uma utilização inicial da Matemática na Psicologia foi feita por Hermann Ebbinghaus, que propôs a seguinte equação como modelo para o processamento da informação esquecida: $y = \dfrac{100k}{(\log_{10} t)^c + k}$, $t \geq 1$.

Neste modelo, t é o tempo em minutos após a memorização de uma determinada lista. y é a percentagem de itens da lista retidos na memória, e c e k são constantes. Com base nestes dados, Ebbinghaus atribuiu os valores de $c = 1{,}25$ e $k = 1{,}84$ para uma situação experimental na qual um sujeito memorizou uma lista de sílabas sem sentido. Usando estas constantes, encontre a taxa à qual a percentagem de informação retida varia com o tempo. Em particular, com que velocidade é que a percentagem se altera ao fim de 10 minutos? Considere $u = \log_{10} t$, $w = u^{1,25} + 1{,}84$ e $y = \dfrac{184}{w}$.

GRUPO II

4. *(4 valores)* Considere o sólido entre os planos z=1 e z=3, limitado lateralmente por $x = y^2$ e $y = 2 - x$.

- ***a)*** Faça um esboço do sólido
- ***b)*** Calcule o volume desse sólido através de um integral triplo
- ***c)*** Refaça o cálculo anterior invertendo a ordem de integração relativamente às variáveis x e y.

5. *(3 valores)* Utilize o Teorema Fundamental dos Integrais de Linha para calcular o integral $\int_C \cos^2 x\,dx + y^2 dy$, sendo C o percurso que une O a B, passando por A, com A=(1,0) e B=(0,1).

6. *(3 valores)* Calcule a área superficial total da porção do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre z=1 e z=4.

Alzira Dinis
Ana Fonseca