Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame de Época Normal 2000/05/29 ***(avaliação contínua)***

Análise Matemática II 2º Semestre

Cursos de **Engenharia do Ambiente, Comunicação, Civil, Qualidade e Arquitectura e Urbanismo**

Duração: 1 h:45 min

Tolerância: 30 min

Nota: *Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis.* ***Este exame está dividido em três grupos numerados de I a III. Responda a cada um destes grupos em folhas de exame diferentes.***

Grupo I

1. Uma partícula P move-se no plano de acordo com a equação de movimento $\vec{R} = (5\,Cos(2\pi t))\vec{i} + (5\,Sen(2\pi t))\vec{j}$.

a) No instante $t = 1/2$ determine $\vec{V}$, v, $\vec{A}$, $\vec{T}$, $\vec{V}\times\vec{A}$. **(2,5 valores)**

b) Converta para coordenadas polares a posição do ponto P para $t = 1/2$:

b.1) $r > 0$ e $0 \le \theta \le 2\pi$ **(0,5 valores)**

b.2) $r < 0$ e $0 \le \theta \le 2\pi$ **(0,5 valores)**

2. Seja a função $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, uma função a duas variáveis. Calcule,

a) O volume do sólido limitado superiormente pela função $f(x,y)$ e inferiormente pela região R, situada no primeiro quadrante, relativa ao circulo $x^2 + y^2 = 9$. **(1,5 valores)**

b) A área da região R. **(1 valor)**

c) A área superficial da parte da superfície correspondente à função $f(x,y)$ situada acima da região R. **(2 valores)**

d) $\iint_\sigma (xyz)dS$ onde σ é a parte da superfície correspondente à função $f(x,y)$ situada acima da região R **(3 valores)**

3. Prove que o integral de linha $\int_C ysen(x)dx - cox(x)dy$ é independente do percurso e calcule o seu valor através do teorema fundamental dos integrais de linha, se C tiver como ponto inicial $A(\pi,1)$ e ponto terminal $B(\pi,3)$. **(2 valores)**

Grupo II

4. Sabendo que o vector tangente unitário também pode ser escrito como $\vec{T} = (dx/ds)\vec{i} + (dy/ds)\vec{j}$ e o vector-posição $\vec{R} = (x(s))\vec{i} + (y(s))\vec{j}$, prove que o vector gradiente do campo escalar z é perpendicular ao vector tangente unitário à curva de nível $z = f(x(s), y(s)) = k$. *Sugestão: Use a ferramenta "derivada".* **(3 valores)**

Grupo III

5. Dado o integral $\int_0^1 \int_0^{1-y} \int_{\frac{z}{2}}^{z} \sqrt{z-x}\, dxdzdy$, esboce o domínio de integração.

(1,5 valores)

6. Calcule $\iiint_G dV$, sendo G o sólido limitado superiormente pelo plano $z = 1 - x - y$, lateralmente pelos planos $x = 0$ e $y = 0$ e inferiormente pela região triangular $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1 - x$. Represente graficamente o sólido G.

(2,5 valores)

Eng. Alzira Dinis

Prof. Doutor Álvaro Monteiro

Prof. Doutor Luis Cunha