



Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Exame da época especial licença de parto, **Análise Matemática III**
Engenharia do Ambiente, Civil e Informática – 2º ano
2 de Dezembro de 2003

Instruções:

- Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis. Evite inverter a ordem das questões. Leia todas as questões **ATENTAMENTE!** Não serão aceites suposições.
- A duração desta prova é de **2,5 horas** com 30 min de tolerância.

Responda em folhas **SEPARADAS** aos grupos A e B.

- **O teste será imediatamente anulado mediante tentativa de fraude.**

Grupo A

1. (2,5 valores) Se $y' + p(x)y = r(x)$ é uma equação diferencial ordinária linear (EDOL) não homogénea de primeira ordem e $y' + p(x)y = g(x)y^a$ for a equação de Bernoulli na forma não linear, obtenha a forma linear da equação de Bernoulli $u' + (1-a)pu = (1-a)g$. Utilizando a equação de Bernoulli na forma linear, resolva depois a equação de Verhulst na forma não linear, $y' - Ay = -By^2$, transformando-a primeiramente de forma que passe a estar na forma linear $u' + Au = B$, para só então obter a partir desta a Lei Logística do crescimento populacional: $y = \frac{1}{\frac{B}{A} + ce^{-Ax}}$.
2. (1,5 valores) Aplique a iteração de Picard à equação $y' = 2y$ $y(0) = 1$. Efectue pelo menos três iterações.
3. (1,5 valores) Resolva, reduzindo à forma linear, a seguinte equação:
$$2xyy' + (x-1)y^2 = x^2e^x$$
4. (3,5 valores) Resolva a seguinte equação diferencial utilizando o método dos coeficientes indeterminados e o método de variação de parâmetros.
$$y'' - 2y' + y = e^x \operatorname{sen}(x)$$
5. (1 valores) Resolva $y^{(7)} + 18y^{(5)} + 81y''' = 0$.

Grupo B

6. (3 valores) Encontre uma solução geral para a seguinte equação diferencial:

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^{-2}$$

7. (2,5 valores) Deduza a seguinte fórmula:

$$\mathbf{L}(t^{n+1})$$

8. (4,5 valores) Resolva, utilizando transformadas de Laplace, a seguinte equação diferencial:

$$y'' + 6y' + 8y = -e^{-3t} + 3e^{-5t}, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -14$$