



Universidade Fernando Pessoa  
Departamento de Ciências e Tecnologia  
**Exame de Análise Matemática III**  
Exame de Recurso  
**Eng<sup>a</sup> do Ambiente e Eng<sup>a</sup> Civil e Eng<sup>a</sup> da Qualidade**  
3 de Julho de 2001

INSTRUÇÕES:

- A duração desta prova é de **2 horas** com **30 minutos** de tolerância.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou escrever a lápis.
- Leia as questões **ATENTAMENTE**.
- Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.
- **Responda em folhas SEPARADAS aos grupos I e II.**

**Grupo I**

- 1) (2 valores) Encontre a solução geral da equação:

$$ye^x dx + [e^x + (y+1)e^y] dy = 0$$

- 2) (2 valores) Resolva o problema de valor inicial  $y' + 3x^2 y = xe^{-x^3}$ ,  $y(0) = -1$ . Indique, justificando convenientemente, de que tipo de equação diferencial se trata, e qual a sua ordem.
- 3) (2,5 valores) Aplique o método de iteração de Picard ao seguinte problema:  $y' = 3y/x$ ,  $y(1) = 1$ . Efectue pelo menos 3 iterações. Encontre a solução exacta. Compare.
- 4) (4,5 valores) Encontre uma solução geral para a equação diferencial  $y''' - 6y'' + 12y' - 8y = \sqrt{x}e^{2x}$ . Utilize o método de variação de parâmetros. Descreva pormenorizadamente os passos efectuados e classifique a equação diferencial inicial.

**Grupo II**

- 5) Utilizando os teoremas da transformada de Laplace da derivada e/ou do integral, mostre a fórmula a) e utilize-a para mostrar a fórmula b).

a. (2 valores)  $L\{t \cos \omega t\} = \frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$ .

b. (1,5 valores)  $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}\right\} = \frac{1}{2\omega^3}(\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$ .



6) (1,5 valores) Determine a função inversa da seguinte transformada de Laplace:  $F(s) = \frac{e^{-\pi s}}{s^2 + 2s + 2}$ .

7) (2,5 valores) Utilizando transformadas de Laplace, resolva a seguinte equação diferencial:

$$y'' - 2y' + y = e^t + t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

8) (1,5 valores) Represente a seguinte função em termos de função escalão unitário e encontre a sua transformada de Laplace:

