



**Universidade Fernando Pessoa**  
**Departamento de Ciência e Tecnologia**  
Exame de Recurso 1998/07/06  
**Análise Matemática III**

Curso de **Engenharia Civil**

1º Semestre

Curso de **Engenharia do Ambiente**

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

**Nota:** Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode trocar a ordem de resposta às questões ou escrever a lápis.

1. Utilizando o método de separação das variáveis e sabendo que  $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ , resolva o seguinte problema de valor inicial:  
 $(x^2 + 1)y' + y^2 + 1 = 0, \quad y(0) = 1.$
2. Resolva o problema de valor inicial  $2xydx + (4y + 3x^2)dy = 0, \quad y(0,2) = -1,5.$  Aplique os dois teoremas que estudou para encontrar factores integrantes para uma equação diferencial. Justifique convenientemente as suas opções.
3. Verifique que a seguinte função:  $y = c_1 e^{-(\alpha-i\omega)x} + c_2 e^{-(\alpha+i\omega)x}$  é solução da equação diferencial  $y'' + 2\alpha y' + (\alpha^2 + \omega^2)y = 0$
4. Encontre o Wronskiano da seguinte base:  $x^\mu \cos(\nu \ln x), x^\mu \sin(\nu \ln x)$

5. Sempre que o método dos coeficientes indeterminados é aplicável, deve ser usado porque é mais simples do que o método de variação de parâmetros. Resolva a equação diferencial seguinte:  $y'' + 4y' + 3y = 65 \cos 2x$ :
- a) Pelo método de variação de parâmetros,  
b) Pelo método dos coeficientes indeterminados,  
e conclua quanto ao grau de dificuldade encontrado em cada uma das alíneas.
6. Resolva o seguinte problema de alteração de dados, através da aplicação da transformada de Laplace:  $y'' + y = 2t$ ,  $y\left(\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{2}\pi$ ,  $y'\left(\frac{1}{4}\pi\right) = 2 - \sqrt{2}$ .
7. Demonstre o seguinte teorema relativo à função escalão unitário: Se  $\mathbf{L}\{f(t)\} = F(s)$ , então  $\mathbf{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ .