Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame **1998/02/09**

Análise Matemática III

Curso de **Engenharia Civil** 1º Semestre

Curso de **Engenharia do Ambiente**

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode trocar a ordem de resposta às questões ou escrever a lápis.

1. O método de redução à forma separável consiste em transformar uma equação da forma $y' = g\left(\frac{y}{x}\right)$ numa equação $y' = u + u'x$ e chegando a $\frac{du}{g(u) - u} = \frac{dx}{x}$.

   Aplique o método descrito para resolver o problema de valor inicial seguinte:

   $y' = \frac{y}{x} + \frac{2x^3 \cos x^2}{y}, \quad y\left(\sqrt{\pi}\right) = 0$.

2. Mostre que a equação diferencial $2x \sin 3y dx + 3x^2 \cos 3y dy = 0$ é uma equação diferencial exacta **e** resolva-a.

3. Resolva o seguinte problema de valor inicial de Euler-Cauchy $\left(x^2 D^2 - xD + 2\right)y = 0, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = -1$, deduzindo **e** aplicando a equação auxiliar na sua resolução.

4. Encontre uma solução geral para a seguinte equação diferencial $y'' - 2y' + y = 35x^{3/2}e^x + x^2$. Utilize o método de variação de parâmetros.

5. Em relação a e^{-x}, xe^{-x}, x^3e^{-x}, x^2e^{-x} ,verifique que:

a) As funções dadas formam uma base de soluções da equação diferencial $\left(D^4+4D^3+6D^2+4D+1\right)y=0$ num intervalo aberto I ,

b) As funções dadas são linearmente independentes, através da aplicação do teorema da dependência e independência linear de soluções, aplicando o teorema de Laplace até ao determinante de 2ª ordem e mostrando que obtém $-12e^{-4x}$.

6. Partindo de um problema de valor inicial de 2ª ordem, $y''+ay'+by=r(t)$, $y(0)=K_0$, $y'(0)=K_1$, deduza qual o método a seguir, que lhe permite resolver o PVI através da aplicação de transformadas de Laplace. Justifique convenientemente todas as etapas, explicitando convenientemente os três passos que compõem o método.

7. Representando as funções hiperbólicas em termos de funções exponenciais e aplicando o primeiro teorema do desvio, mostre que: $\mathcal{L}(\sinh at \cos at)=\dfrac{a\left(s^2-2a^2\right)}{s^4+4a^4}$.

Prof: Alzira Dinis