Universidade Fernando Pessoa

Departamento de Ciência e Tecnologia

Exame da época trabalhador-estudante do 1º semestre **1999/09/10**

Análise Matemática III

Curso de **Engenharia Civil** – 2º ano

Curso de **Engenharia do Ambiente**– 2º ano

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas. Não pode utilizar qualquer material de consulta ou máquina de calcular. Não pode escrever a lápis. Evite inverter a ordem das questões. Leia todas as questões **ATENTAMENTE**! Este é um teste de Matemática: certifique-se daquilo que está a fazer! Não serão aceites suposições.

Responda a cada **GRUPO** em folhas separadas.

Grupo I

1. Diga qual a ordem da seguinte equação diferencial e verifique que a função dada é uma solução: $y' + 4y = 8x, \quad y = ce^{-4x} + 2x - \frac{1}{2}$.

2. Verifique que a função dada é uma solução da correspondente equação diferencial e determine c por forma a que a solução particular resultante satisfaça a condição inicial: $y' + y = 1, \quad y = ce^{-x} + 1, \quad y = 2{,}5$ quando $x = 0$.

3. Resolva as seguintes equações diferenciais:

a) $xy' = 2x + 2y$,

b) $y' + 2y = e^{x}(3\sin 2x + 2\cos 2x)$.

Grupo II

4. Reduza à primeira ordem e resolva: $xy'' = 2y'$.

5. Mostre que a e b em $y'' + ay' + by = 0$ podem ser expressos em termos de λ_1 e λ_2 pelas fórmulas $a = -\lambda_1 - \lambda_2$, $b = \lambda_1\lambda_2$.

6. Verifique que a seguinte função é solução da equação diferencial dada e obtenha a partir dela uma solução geral com valores reais da forma $y = e^{-ax/2}(A\cos\omega x + B\sin\omega x)$: $y = c_1 e^{3ix} + c_2 e^{-3ix}$, $y'' + 9y = 0$.

7. Mostre que a função dada y_1 é uma solução da equação dada. Usando o método de redução de ordem, encontre y_2 tal que y_1, y_2 formem uma base: $(x+1)^2 y'' - 2(x+1)y' + 2y = 0$, $y_1 = x + 1$.

Grupo III

8. Verifique que as funções dadas são soluções da equação diferencial dada. Demonstre a sua independência linear pelo teorema da dependência e independência linear de soluções. Resolva o problema de valor inicial dado: $y^{IV} = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 6$, $y''(0) = 0$, $y'''(0) = -48$; 1, x, x^2, x^3

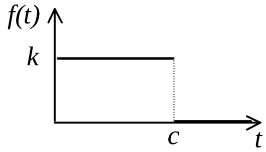
9. A redução de ordem aplica-se desde equações de segunda ordem até equações de ordem superior. Reduza e resolva a seguinte equação, usando a função y_1 dada: $y''' - 2y'' - 5y' + 6y = 0$, $y_1 = e^x$.

10. Resolva o seguinte problema de valor inicial, pelo método dos coeficientes indeterminados:

$$y^{IV} - 5y'' + 4y = 10\cos x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 0.$$

Grupo IV

11. Encontre a transformada de Laplace da seguinte função:



12. Utilizando a transformada da derivada de uma função, encontre $L(f)$ da função dada: $\cos^2 t$.

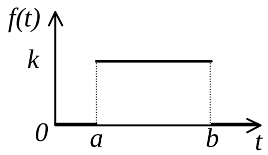
13. Usando a fórmula $L(t\cos\omega t)=\dfrac{s^2-\omega^2}{(s^2+\omega^2)^2}$, mostre que:

$$L^{-1}\left(\frac{1}{(s^2+\omega^2)^2}\right)=\frac{1}{2\omega^3}(\sin\omega t-\omega t\cos\omega t).$$

14. Encontre a anti-transformada de Laplace $f(t)$ de:

$$F(s)=\frac{2}{s^2}-\frac{2e^{-2s}}{s^2}-\frac{4e^{-2s}}{s}+\frac{se^{-\pi s}}{s^2+1}.$$

15. Represente a seguinte função em termos de função escalão unitário e encontre a sua transformada de Laplace:



16. Esboçe a função dada, que se assume ser zero fora do intervalo dado, e encontre a sua transformada de Laplace: $t \quad (0<t<1)$.

Grupo V

17. Resolva:

a) $u_{xy}=0$,

b) $\begin{cases} u_x=0 \\ u_y=0 \end{cases}$.

Questão	Cotação
I.1.	*1*
I.2.	*1*
II.3.a. II.3.b.	*7,5* *30*
II.4.	*7,5*
II.5.	*1*
II.6.	*15*
II.7.	*15*
III.8.	*10*
III.9.	*7,5*
III.10.	*40*
IV.11.	*5,5*
IV.12.	*15*
IV.13.	*15*
IV.14.	*7,5*
IV.15.	*8,5*
IV.16.	*10*
V.17.a. V.17.b.	*2* *1*
Total:	200

Bom trabalho! Prof: Alzira Dinis