



Universidade Fernando Pessoa

Exame de Recurso 1996/07/15

Análise Matemática III

Curso de **Engenharia das Construções Cívicas** - 2º ano

Duração: 2 h

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. - Indique, efectuando os cálculos necessários, qual a condição para que os conjuntos seguintes possam dar origem à solução geral de uma equação diferencial ordinária linear (EDOL) normal e homogénea e refira se ela se verifica para cada um deles:

a) $\{\cos x, \sin x\}$

b) $\{e^x, xe^x, x^2e^x\}$

2. - Diga qual a ordem das seguintes equações diferenciais e verifique que a função dada é uma solução:

a) $y''+9y=0, y=A \cos 3x+B \sin 3x$

b) $y'+y \tan x=0, y=c \cos x$

c) $y''-2y'+2y=0, y=e^x(A \cos x+B \sin x)$

3. - Verifique que a função dada é uma solução da correspondente equação diferencial e determine c por forma a que a solução particular resultante satisfaça a condição inicial:

a) $yy'=x, y^2-x^2=c, y(0)=1$

b) $y'=y \cotg x, y=c \sin x, y(-\frac{\pi}{2})=2$

c) $yy'+x=0, x^2+y^2=c, y(\sqrt{2})=\sqrt{2}$

4. - Resolva as seguintes equações diferenciais ordinárias:

a) $\frac{dy}{dt} + y = 1 + t^2$, $y(1)=2$,

utilizando a fórmula $y_p(t)=At^2+Bt+C$.

b) $y' = \frac{x-1}{1-y}$, $y(0)=0,5$,

c) $y' = y^2 - 4$, $y(0) = -2$,

utilizando o método de separação das variáveis.

d) $y'' + y = \sec x$

utilizando o método de variação de parâmetros.

e) $y'' + 4y' + 4y = e^{-2t}$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$,

aplicando transformadas de Laplace.

5. - a) Utilize um integral duplo para encontrar o volume do sólido limitado superiormente pelo plano $z=4-x-y$ e inferiormente pelo rectângulo

$$R = \{(x,y): 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

b) Use um integral triplo para encontrar o volume do sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e os planos $z=1$ e $x+z=5$.