



**Universidade Fernando Pessoa**

Exame 1998/12/19

**Análise Matemática III**

Curso de **Engenharia Civil** - Época especial para finalistas

Duração: 2 h

Tolerância: 30 min

**Nota:** Apresente todos os cálculos que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.

1. Resolva o seguinte problema de valor inicial  $y' = \frac{y}{x} + \frac{2}{y}x^3 \cos x^2$ ,  $y(\sqrt{\pi}) = 0$ .

Indique, justificando convenientemente de que tipo de equação diferencial se trata e qual a sua ordem.

2. Aplique o primeiro teorema sobre factores integrantes que estudou, na resolução da equação diferencial seguinte  $2 \cos \pi y dx = \pi \sin \pi y dy$ .
3. Aplique o método de iteração de Picard a  $y' = x + y$ ,  $y(0) = -1$ . Efectue o número de iterações que achar conveniente, de modo a encontrar  $y_n(x)$ .
4. Verifique que a seguinte função  $y = c_1 e^{-(\alpha-i\omega)x} + c_2 e^{-(\alpha+i\omega)x}$  é solução da equação diferencial  $y'' + 2\alpha y' + (\alpha^2 + \omega^2)y = 0$  e obtenha a partir dela uma solução geral com valores reais da forma  $y = e^{-\alpha x/2}(A \cos \omega x + B \sin \omega x)$ .
5. Mostre que as funções  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $e^{-x}$  formam uma base de soluções da equação diferencial  $(D^3 + D^2 + D + 1)y = 0$  num intervalo aberto. Justifique.

6. Utilize o método de variação de parâmetros para encontrar uma solução geral para a seguinte equação diferencial  $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^{-2}$ .
7. Utilize transformadas de Laplace para encontrar a solução do seguinte problema de valor inicial  $y'' + 25y = x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0,04$ .
8. Deduza a seguinte transformada  $\mathcal{L}(t \cosh at)$ , através da aplicação da fórmula da Transformada de Laplace da segunda derivada de uma função.
9. Verifique se a seguinte função  $u = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$  é solução da equação de Laplace.
10. Mostre que  $u = 1/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  é uma solução da equação tridimensional  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ . Identifique a equação em questão.

Questão	Cotação
1	20
2	20
3	15
4	20
5	20
6	20
7	25
8	20
9	20
10	20
<b>Total:</b>	<b>200</b>

Prof: Alzira Dinis