



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciências e Tecnologia
Exame de Análise Matemática III
Exame época especial finalistas
Eng^a Civil
20 de Setembro de 2000

Instruções:

- A duração desta prova é de **2 horas** com **30 minutos** de tolerância.
 - Não é permitido o uso de calculadoras ou escrever a lápis.
 - Leia as questões **ATENTAMENTE**.
 - Apresente **todos os cálculos** que efectuar, **JUSTIFICANDO** devidamente as respostas.
 - **Responda em folhas SEPARADAS aos grupos I e II.**
-

Grupo I

1. Defina, de forma completa, os seguintes conceitos:
 - a) (0,5 valores) Equação diferencial de ordem n .
 - b) (0,5 valores) Solução geral de uma equação diferencial linear não homogénea de ordem n .
 - c) (0,5 valores) Solução particular de uma equação diferencial linear não homogénea de ordem n .
2. (3 valores) Considere a equação diferencial:
$$2xy dx + (4y + 3x^2)dy = 0$$
 - a) (1 valor) Mostre que não é exacta.
 - b) (1 valor) Encontre um factor integrante que torne a equação exacta.
 - c) (1 valor) Resolva-a, verificando a solução que obtiver.
3. (2 valores) Utilize o método de Picard à equação $y' = y$, $y(0) = 1$ e mostre que as sucessivas aproximações (determine y_0, y_1, y_2, y_3 e y_4) tendem para $y = e^x$, a solução exacta¹
4. (2,5 valores) Resolva a equação $2xyy' - y^2 + x^2 = 0$. Indique, justificando convenientemente, de que tipo de equação diferencial se trata, e qual a sua ordem.

¹ Compare as aproximações sucessivas com a fórmula de Taylor da exponencial (ordem n em torno do ponto 0)



- 3) (2,5 valores) Encontre uma solução geral para a equação diferencial $y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}$. Utilize o método de variação de parâmetros. Descreva pormenorizadamente os passos efectuados e classifique a equação diferencial inicial.

Grupo II

6. (3 valores) Utilizando os teoremas da transformada de Laplace de derivadas e integrais mostre que:

a. $L(t \cos(wt)) = \frac{s^2 - w^2}{(s^2 + w^2)^2}$ b. $L^{-1}\left(\frac{s+1}{s^2(s^2+1)}\right) = 1 + t - \cos(t) - \sin(t)$

7. (3 valores) Utilizando transformadas de Laplace, resolva a seguinte equação diferencial:.

$$y'' + 2y' + 5y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -4$$

8. (2,5 valores) Represente a seguinte função em termos de função escalão unitário e encontre a sua transformada de Laplace:

