Universidade Fernando Pessoa

Exame de Recurso **1997/07/22**

Análise Matemática III

Curso de **Engenharia das Construções Civis -** 2º ano

Duração: 2 h

Nota: Apresente <u>todos</u> os cálculos que efectuar, <u>justificando</u> devidamente as respostas.

1. Defina conceito de solução de uma equação diferencial.

2. Prove que a função y de x, implicitamente dada por $x^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (y > 0)$, representando um semicírculo de raio unitário no meio-plano superior, é uma solução implícita da equação diferencial $yy' = -x$ no intervalo $-1 < x < 1$.

3. Resolva, através de redução à forma separável, a equação diferencial $xyy' = \frac{1}{2}\left(y^2 + x^2\right)$ provando que esta tem por solução $y^2 = x^2 - cx$.

4. Sabendo que $u = \int M dx + K(y)$ e que $\int u dv = uv - \int v du$, verifique que a função $F = e^{xy}$ é um factor integrante e resolva o problema de valor inicial $\left(1 + xy\right)dx + x^2 dy = 0$, $\quad y(1) = 0$.

5. Mostre que as funções dadas, e^{-x}, $\quad xe^{-x}$, $\quad x^3 e^{-x}$, $\quad x^2 e^{-x}$ formam uma base de soluções da equação diferencial $(D^4 + 4D^3 + 6D^2 + 4D + 1)y = 0$ <u>e</u> verifique isso mesmo através do cálculo do wronskiano, tal que $W\left(e^{-x}, \quad xe^{-x}, \quad x^3 e^{-x}, \quad x^2 e^{-x}\right) = -12e^{-4x}$.

6. Utilizando o Método dos Coeficientes Indeterminados, resolva o seguinte problema de valor inicial: $y''' + y'' - 2y = 2x^2 + 2x$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -4$.

7. Use transformadas de Laplace e o Teorema do Desvio *s* para resolver o seguinte problema de valor inicial: $y'' - 2y' + y = e^t + t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

8. Verifique que a função $u = \sin 2ct \sin 2x$ é solução da Equação de Onda para um valor de c adequado.

Prof: Alzira Dinis