



Universidade Fernando Pessoa

Exame 1996/11/25

Análise Matemática III

Curso de **Engenharia das Construções Civas** - Época especial

Duração: 2 h

Nota: Apresente todos os cálculos que efectuar, justificando devidamente as respostas.

1. Encontre o wronskiano relativo à equação diferencial linear homogénea de segunda ordem para a qual as funções dadas são soluções. Com base no resultado diga, justificando, se as soluções são linearmente dependentes ou independentes.
 - a) $y_1 = \cos \pi x$, $y_2 = \sin \pi x$
 - b) $y_1 = e^{-x}$, $y_2 = xe^{-x}$, $y_3 = x^3e^{-x}$, $y_4 = x^2e^{-x}$
2. Utilizando o método de separação de variáveis, resolva:
 - a) $y' + 5x^4y^2 = 0$, $y(0) = 1$
 - b) $y' = y^2 - 4$, $y(0) = -2$
3. Aplicando transformadas de Laplace, resolva os seguintes problemas de valor inicial:
 - a) $y'' + 25y = t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0,04$
 - b) $y'' + ky' - 2k^2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2k$
4. Calcule o integral duplo da função $f(x,y) = 1 + x + y$ sobre o domínio limitado pelas curvas $y = -x$, $x = \sqrt{y}$, $y = 2$, $z = 0$. Esboce o volume calculado. Inverta os limites e calcule novamente o integral.

5. Calcule o integral triplo $\int_{-a}^a \int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} \left(\int_{-c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}^{c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} dz \right) dy dx$, referente ao volume

do elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.