



Universidade Fernando Pessoa
Departamento de Ciências e Tecnologia
Engenharia Civil / Engenharia do Ambiente
Minuteste de Análise Matemática III
29 de Novembro de 1999.
Duração: 1 Hora

1. (5 valores) Considere a seguinte equação diferencial:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

Mostre que se $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são soluções da equação diferencial apresentada então a combinação linear dessas soluções $y_3(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$ $c_1, c_2 \in \mathfrak{R}$ é ainda uma solução da equação.

2. (4 valores) Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$$x^2y'' - xy' + 2y = 0 \quad y(1) = -1, y'(1) = -1$$

3. (5 valores) Considere a seguinte equação diferencial:

$$(x+1)^2 y'' - 2(x+1)y' + 2y = 0 \quad y_1(x) = x+1$$

Sabendo que $y_1(x)$ é uma solução da equação apresentada encontre uma segunda solução $y_2(x)$ e mostre (calculando o wronskiano de $y_1(x)$ e $y_2(x)$) que as duas soluções constituem uma base para o espaço de soluções da equação apresentada.

4. (6 valores) Determine a solução da equação não-homogénea:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^3}$$