



Biomatemática
Universidade Fernando Pessoa,
Faculdade de Ciências da Saúde

Capítulo 4 - Equações Diferenciais
EXERCÍCIOS

1. Diga qual a ordem das seguintes equações diferenciais e verifique que a função dada é uma solução:
 - a) $xy'' = 2y'$ (R: 1ª ordem)
 - b) $y'' + 9y' = 0$ (R: 2ª ordem)
 - c) $y' - 0,5y = 1$, $y = ce^{0,5x} - 2$ (R: 1ª ordem)
 - d) $y''' = 6$, $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ (R: 3ª ordem)
 - e) $y' + y \tan x = 0$, $y = c \cos x$ (R: 1ª ordem)
 - f) $y'' - 2y' + 2y = 0$, $y = e^x(A \cos x + B \sin x)$ (R: 2ª ordem)

2. Verifique que a função dada é uma solução da correspondente equação diferencial e determine c por forma a que a solução particular resultante satisfaça a condição inicial:
 - a) $y' + y = 1$, $y = ce^{-x} + 1$, $y = 2,5$ quando $x = 0$ (R: $c=1,5$)
 - b) $y' = 2xy$, $y = ce^{x^2}$, $y = 4$ quando $x=1$ (R: $c=4/e$)
 - c) $xy' = 2y$, $y = cx^2$, $y = 12$ quando $x=2$ (R: $c=3$)
 - d) $yy' = x$, $y^2 - x^2 = c$, $y(0) = 1$ (R: $c=1$)
 - e) $y' = y \cot x$, $y = c \sin x$, $y(-\frac{\pi}{2}) = 2$ (R: $c=-2$)

f) $yy' + x = 0, \quad x^2 + y^2 = c, \quad y(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \quad (\mathbf{R}: c=4)$

variáveis separáveis

3. Resolva os seguintes problemas de valor inicial:

a) $y' = \frac{x}{y}, \quad y(1) = 3 \quad (\mathbf{R}: y^2 - x^2 = 8)$

b) $y' = -2xy, \quad y(0) = 1 \quad (\mathbf{R}: y = e^{-x^2})$

c) $\frac{dy}{dx} = -4xy^2, \quad y(0) = 1 \quad (\mathbf{R}: y = \frac{1}{2x^2 + 1})$

4. Resolva $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 x} \quad (\mathbf{R}: \tan y = -\cot x + c)$

5. Resolva as equações diferenciais:

a) $y' = 3(y+1) \quad (\mathbf{R}: y = ce^{3x} - 1)$

b) $y' = 2xe^{-y} \quad (\mathbf{R}: y = \ln(x^2 + c))$

c) $y' = y^2 - 4, \quad y(0) = -2 \quad (\mathbf{R}: y = 2 \frac{1 + ce^{4x}}{1 - ce^{4x}})$

equações diferenciais exactas

6. Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$(\sin x \cosh y)dx - (\cos x \sinh y)dy = 0, \quad y(0) = 0 \quad (\mathbf{R}: \cos x \cosh y = 1)$

7. Mostre que as seguintes equações diferenciais são exactas e resolva-as:

a) $ydx + xdy = 0 \quad (\mathbf{R}: xy = c)$

b) $y^3 dx + 3xy^2 dy = 0 \quad (\mathbf{R}: xy^3 = c)$

equações diferenciais lineares

8. Resolva $y' + 2y = e^x(3\sin 2x + 2\cos 2x)$ (R: $y = ce^{-2x} + e^x \sin 2x$)

9. Resolva o problema de valor inicial $y' + y \tan x = \sin 2x$, $y(0) = 1$
(R: $y = 3\cos x - 2\cos^2 x$)