MANUAL
DE
DOCÊNCIA

ANÁLISE MATEMÁTICA II

2ºANO

ENGENHARIAS (VÁRIAS)

CALCULUS II

2nd DEGREE

ENGINEERING

Faculdade de Ciência e Tecnologia

Ano lectivo 2005/2006

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

Número de horas do programa: 90 horas

Número de horas semanal: 6 horas

Número de horas por aula: 3 aulas de duas horas

Descrição e desenvolvimento do programa

1. ***Integrais múltiplos.***
   - *1.1. Definição de um integral duplo.*
   - *1.2. Somas de Riemann, volume de rede.*
   - *1.3. Propriedades dos integrais duplos.*
   - *1.4. Cálculo de integrais duplos.*
   - *1.5. Integrais duplos sobre regiões não rectangulares.*
   - *1.6. Integrais iterativos com limites de integração não constantes.*
   - *1.7. Inversão da ordem de integração.*
   - *1.8. Cálculo de áreas sob a forma de um integral duplo.*
   - *1.9. Integrais duplos em coordenadas polares.*
   - *1.10. Conversão de integrais duplos de coordenadas rectangulares em polares.*
   - *1.11. Definição de um integral triplo.*
   - *1.12. Propriedades dos integrais triplos.*
   - *1.13. Cálculo de integrais triplos.*
   - *1.14. Cálculo de integrais triplos sobre regiões mais gerais.*
   - *1.15. Cálculo de volumes sob a forma de um integral triplo.*
   - *1.16. Integração por outras ordens.*
   - *1.17. Integrais triplos em coordenadas cilíndricas.*
   - *1.18. Conversão de integrais triplos de coordenadas rectangulares em cilíndricas.*

Objectivos

Introduzir técinas de integração de funções com mais do que uma variável: integração parcial. Introduzir as noções de integrais duplos e triplos. Integração iterativa. Metodologias para calcular integrais duplos: integração sobre regiões rectangulares; integração sobre regiões mais gerais (regiões do tipo I e do tipo II). Extensão destas noções para integrais triplos. Inversão da ordem de integração. Aplicação da integração múltipla para o cálculo de áreas e volumes. Conversão de integrais duplos e triplos entre sistemas de coordenadas diferentes: importância das coordenadas polares para resolver integrais sobre regiões circulares.

Bibliografia principal

- Maria Alzira Dinis “Apontamentos de Análise Matemática II”, Universidade Fernando Pessoa, 1999, capítulo 4.
- Anton, Howard “Calculus, A New Horizon - sixth edition”, John Wiley & sons, 1999, secções: 16.1-16.3; 16.5; 16.7; 16.8.
- Smith, Robert T. e Minton, Roland B. “Calculus – second edition”, McGraw-Hill, 2001, secções: 13.1 a 13.6 e 13.8.

2. Integrais de linha.

2.1. Definição e estudo dos integrais de linha.
2.2. Aplicações dos integrais de linha: trabalho de uma força não constante.
2.3. Propriedades dos integrais de linha.
2.4. Cálculo de integrais de linha.
2.5. Independência do percurso nos integrais de linha: Teorema Fundamental dos Integrais de Linha.

Objectivos:

Introduzir a noção de integral de linha e as suas propriedades. Interpretação física dos integrais de linha: integral de trabalho. Aprender a calcular integrais de linha. Introduzir a noção de independência do percurso nos integrais de linha e sua importância em termos físicos. Cálculo de integrais de linha através do Teorema Fundamental dos Integrais de Linha.

Bibliografia principal:

- Maria Alzira Dinis "Apontamentos de Análise Matemática II", Universidade Fernando Pessoa, 1999, capítulo 3.
- Anton, Howard "Calculus, A New Horizon - sixth edition", John Wiley & sons, 1999, secções: 17.2 e 17.3.
- Smith, Robert T. e Minton, Roland B. "Calculus – second edition", McGraw-Hill, 2001, secções: 14.2, 14.3 e 14.5.

3. Integrais de superfície.

3.1. Definição.
3.2. Cálculo dos integrais de superfície.
3.3. Área de uma superfície como integral de superfície.
3.4. Fluxo de um campo vectorial através de uma superfície.
3.5. Operador divergência e operador rotacional.
3.6. Teorema da divergência.

Objectivos

Introduzir a noção de integral de superfície e suas propriedades. Aprender a calcular integrais de superfície. Utilização dos integrais de superfície para o cálculo de areas superficiais e fluxos de campos vectoriais através de superfícies. Estabelecer a ligação entre a definição matemática de integral de superfície e o seu significado físico. Introduzir a definição de operador divergência e operador rotacional. Aplicação do teorema da divergência para o cálculo do fluxo de um campo vectorial através de superfícies fechadas no espaço.

Bibliografia principal:

- Maria Alzira Dinis "Apontamentos de Análise Matemática II", Universidade Fernando Pessoa, 1999, capítulo 5.
- Anton, Howard "Calculus, A New Horizon - sixth edition", John Wiley & sons, 1999, secções: 17.1, 17.5, 17.6 e 17.7.

- Smith, Robert T. e Minton, Roland B. "Calculus – second edition", McGraw-Hill, 2001, secção: 14.6.

4. *Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)*

4.1. Conceito de solução.
4.2. Aplicações. Modelização.
4.3. Problemas de valor inicial.
4.4. Equações diferenciais separáveis.
4.5. Redução à forma de variáveis separáveis.
4.6. Equações diferenciais exactas.
4.7. Factores integrantes.
4.8. Como encontrar factores integrantes.
4.9. Equações diferenciais lineares.
4.10. Redução à forma linear. Equação de Bernoulli.
4.11. Soluções aproximadas: campos direccionais, Iteração.
4.12. Método dos campos direccionais.
4.13. Método da iteração de Picard.
4.14. Existência de solução e solução única.
4.15. Aplicações Práticas.
4.16. Exercícios de revisão.

Objectivos:

No presente capítulo começamos o nosso programa de estudo das equações diferenciais ordinárias e das suas aplicações considerando a mais simples destas equações. Estas são chamadas equações diferenciais de *primeira* ordem uma vez que envolvem somente a *primeira* derivada da função desconhecida. Neste capítulo e nos seguintes capítulos, um dos nossos principais objectivos é equipar o aluno com métodos para resolução de equações diferenciais, concentrando-nos em alguns de importância prática. O cálculo integral é um pré-requisito para este capítulo.

Bibliografia principal:

Kreyszig, E. - "Advanced Engineering Mathematics", Wiley, 7^{th} Edition, 1993, páginas 2 a 37, páginas 48 a 61.

5. *Equações Diferenciais Lineares de 2^a Ordem*

5.1. Equações lineares homogéneas.
5.2. Equações homogéneas: Princípio de Superposição ou Linearidade.
5.3. Problema de valor inicial.
5.4. Solução geral. Base.
5.5. Definição (Solução geral, Base, Solução Particular).
5.6. Equações Homogéneas com coeficientes constantes.
5.7. Função exponencial complexa.
5.8. Problemas de valor fronteira.
5.9. Equação de Euler-Cauchy.
5.10. Teoria da existência de solução única. Wronskiano.
5.11. Independência linear de soluções.

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

5.12. Redução de ordem: como obter uma segunda solução.
5.13. Equações não Homogéneas.
5.14. Solução por coeficientes indeterminados.
5.15. Método da variação de parâmetros.
5.16. Aplicações Práticas.
5.17. Exercícios de revisão.

Objectivos:

As equações diferenciais ordinárias podem ser divididas em duas grandes classes, nomeadamente, **equações** lineares e **equações não lineares**. Enquanto que as equações não lineares são geralmente difíceis, as equações lineares são muito mais simples porque as propriedades das suas soluções podem ser caracterizadas de uma forma geral e estão disponíveis métodos padrão para resolver muitas destas equações. Neste capítulo consideramos equações diferencias lineares de segunda ordem, equações **homogéneas** e equações **não homogéneas**. Existem duas razões importantes para nos concentramos nas equações de *segunda* ordem. Primeiro, elas têm aplicações importantes na teoria da mecânica e dos circuitos eléctricos, o que as torna mais importantes do que as equações lineares de ordem superior. Segundo, a sua teoria é típica das equações diferenciais lineares ed qualquer ordem. (mas com formulas mais simples do que nos casos de ordem superior), de forma que a transição para equações de ordem superior (no próximo capítulo) envolve somente muito poucas novas ideias (embora um aumento nas dificuldades técnicas).

Bibliografia:

Kreyszig, E. - “Advanced Engineering Mathematics”, Wiley, 7th Edition, 1993, páginas 62 a 79, páginas 90 a 109, páginas 124 a 127.

6. Equações Diferenciais Lineares de Ordem Superior

6.1. Equações lineares homogéneas.
6.2. Definição (Solução geral, Base, Solução particular).
6.3. Definição (Independência e Dependência Linear).
6.4. Problema de Valor Inicial.
6.5. Existência e solução única.
6.6. Independência linear de soluções.
6.7. Equações homogéneas com coeficientes constantes.
6.8. Equações não homogéneas.
6.9. Problema de Valor Inicial.
6.10. Método dos coeficientes indeterminados.
6.11. Método da variação de parâmetros.
6.12. Aplicações Práticas.
6.13. Exercícios de revisão.

Objectivos:

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

Neste capítulo mostramos que os conceitos e métodos para resolução de equações diferenciais lineares de segunda ordem no capítulo anterior extendem-se de forma directa às equações diferenciais lineares de ordem superior. Não são necessárias ideais realmente nova nessa extensão. A correspondência entre as secções é aproximada. Existem alguns traços novos tais como o papel mais proeminente do wronskiano, o maior número de possibilidades de raízes e a interessante extensão da demonstração de Lagrange.

Bibliografia:

Kreyszig, E. - "Advanced Engineering Mathematics", Wiley, 7th Edition, 1993, páginas 128 a 151.

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

Course duration: 90 hours

Week schedule: 6 hours

Hours per class: 3 classes of 2 h each

Program's objectives and Bibliography

1. ***Multiple Integrals.***
   1.1. Definition of a double integral.
   1.2. Riemann additions, net volume.
   1.3. Properties of double integrals.
   1.4. Evaluating of double integrals.
   1.5. Double integrals over general regions.
   1.6. Repeated integrals with integration limits not constant.
   1.7. Interchange of order of integration.
   1.8. Evaluating of areas through a double integral.
   1.9. Double integrals in polar coordinates.
   1.10. Change of variable to polar coordinates.
   1.11. Definition of a triple integral.
   1.12. Properties of triple integrals.
   1.13. Evaluating of triple integrals.
   1.14. Triple integrals over general regions.
   1.15. Evaluating of volume integrals through a triple integral.
   1.16. Change of order of integration.
   1.17. Triple Integrals in cylindrical coordinates.
   1.18. Change of variable to cylindrical coordinates.

Objectives:

To introduce integration techniques for functions with more than one variable: partial integration. To introduce the definition of double and triple integrals. Iterative integration. To introduce methodologies to calculate double integrals: integration over rectangular regions; integration over more general regions (type I and type II regions). Extension of these notions to triple integrals. Inversion of the integration order. Application of double and triple integral to calculate areas and volumes. Conversion of double and triple integrals to different coordinate systems: importance of polar coordinates in the resolution of integrals over circular regions.

Main Bibliography:

– Maria Alzira Dinis "Apontamentos de Análise Matemática II", Universidade Fernando Pessoa, 1999, chapter 4.
– Anton, Howard "Calculus, A New Horizon - sixth edition", John Wiley & sons, 1999, sections: 16.1-16.3; 16.5; 16.7; 16.8.
– Smith, Robert T. e Minton, Roland B. "Calculus – second edition", McGraw-Hill, 2001, sections: 13.1 to 13.6 and 13.8.

2. ***Line Integrals***

2.1. Definition and study of line integrals.
2.2. Work as a line integral.
2.3. Properties of line integrals.
2.4. Independence of path on line integrals.

Objectives:

To introduce the notion of line integral and its properties. Physical interpretation of line integrals: work as a line integral. Calculus of line integrals. Introduce the notion of independence of path on line integrals and its importance in physical terms. Evaluation of line integrals using the Fundamental Line Integrals Theorem (conservative vector fields).

Main Bibliography:

- Maria Alzira Dinis “Apontamentos de Análise Matemática II”, Universidade Fernando Pessoa, 1999, chapter 3.
- Anton, Howard “Calculus, A New Horizon - sixth edition”, John Wiley & sons, 1999, sections: 17.2 to 17.3.
- Smith, Robert T. e Minton, Roland B. “Calculus – second edition”, McGraw-Hill, 2001, sections: 14.2, 14.3 and 14.5.

3. ***Surface integrals.***
3.1. Definition.
3.2. Calculation of surface integrals.
3.3. Surface area as a surface integral.
3.4. Surface integrals of vector fields – Flux.
3.5. Divergence and curl operators.
3.6. *The Divergence Theorem.*

Objectives:

To introduce the notion of surface integral and its properties. Calculus of surface integrals. Surface area and flux of vector fields as surface integrals. Physical interpretation of surface integrals. To introduce the notion of the divergence and curl operators. Application of the Divergence Theorem to calculate the flux of a vector field through a closed surface in the space.

Main Bibliography:

- Maria Alzira Dinis “Apontamentos de Análise Matemática II”, Universidade Fernando Pessoa, 1999, chapter 5.
- Anton, Howard “Calculus, A New Horizon - sixth edition”, John Wiley & sons, 1999, sections: 17.1, 17.5, 17.6 and 17.7.
- Smith, Robert T. e Minton, Roland B. “Calculus – second edition”, McGraw-Hill, 2001, section 14.6.

4. Ordinary Differential Equations (ODE).
4.1. Concept of solution.

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

- *4.2. Applications. Modeling.*
- *4.3. Initial value problems.*
- *4.4. Separable differential equations.*
- *4.5. Reduction to separable variables form.*
- *4.6. Exact differential equations.*
- *4.7. Integrating factors.*
- *4.8. How to find integrating factors.*
- *4.9. Linear differential equations.*
- *4.10. Reduction to linear form. Bernoulli equation.*
- *4.11. Approximate solutions: direction fields, Iteration.*
- *4.12. Direction fields method.*
- *4.13. Picard´s iteration method.*
- *4.14. Existence and uniqueness of solutions.*
- *4.15. Exercises solving.*

Objectives:

In the present chapter we begin our program of studying ordinary differential equations and their applications by considering the simplest of these equations. These are called differential equations of the *first* order since they involve only the *first* derivative of the unknown function. In this chapter and the following chapters, one of our main goals is to equip the student with methods for solving differential equations, concentrating on some which are of practical importance. Prerequisite for this chapter is integral calculus.

Bibliography:

Kreyszig, E. - "Advanced Engineering Mathematics", Wiley, 7th Edition, 1993, pages 2 to 37, pages 48 to 61

5. Second-Order Linear Differential Equations.

- *5.1. Homogeneous linear equations.*
- *5.2. Homogeneous equations: Superposition or Linearity principle*
- *5.3. Initial value problem.*
- *5.4. General solution. Basis.*
- *5.5. Definition (General solution, Basis, Particular solution).*
- *5.6. Homogeneous equations with constant coefficients.*
- *5.7. Complex exponential function.*
- *5.8. Boundary value problems.*
- *5.9. Euler-Cauchy equation.*
- *5.10. Existence and uniqueness theory. Wronskian.*
- *5.11. Linear independence of solutions.*
- *5.12. Reduction of order: how to obtain a second solution.*
- *5.13. Nonhomogeneous equations.*
- *5.14. Solution by undetermined coefficients.*
- *5.15. Variation of parameters method.*
- *5.16. Exercises solving.*

Objectives:

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia

The ordinary differential equations may be divided into two large classes, namely, **linear equations** and **nonlinear equations**. Whereas nonlinear equations are difficult in general, linear equations are much simpler because properties of their solutions can be characterized in a general way and standard methods are available for solving many of these equations. In this chapter we consider second-order linear differential equations, **homogeneous** equations and **nonhomogeneous** equations. There are two main reasons for concentrating on equations of *second* order. First, they have important applications in mechanics and in electric circuit theory, which make them more important than higher order linear equations. Second, their theory is typical of that of linear differential equations of any order (but with simpler formulas than in higher order cases), so that the transition to higher order equations (in the next chapter) involves only vary few new ideas (although an increase in technical difficulties).

Bibliography:

Kreyszig, E. - "Advanced Engineering Mathematics", Wiley, 7th Edition, 1993, pages 62 to 79, pages 90 to 109, pages 124 to 127

6. Higher Order Linear Differential Equations.

6.1. Homogeneous linear equations.
6.2. Definition (General solution, Basis, Particular solution)
6.3. Definition (Linear Independence and Dependence).
6.4. Initial value problem.
6.5. Existence and uniqueness of solutions.
6.6. Linear independence of solutions. Wronskian.
6.7. Homogeneous equations with constant coefficients.
6.8. Nonhomogeneous equations.
6.9. Initial value problem.
6.10. Undetermined coefficient method.
6.11. Variation of parameters method.
6.12. Exercises solving.

Objectives:

In this chapter we show that the concepts and the methods for solving second-order linear differential equations in the previous chapter extend in a straightforward fashion to linear differential equations of higher order. No really new ideas are needed in that extension. The correspondence between sections is roughly. There are some new features as the more prominent role of the Wronskian, the larger number of possibilities of roots and the interesting extension of Lagrange´s proof.

Bibliography:

Kreyszig, E. - “Advanced Engineering Mathematics”, Wiley, 7th Edition, 1993, pages 128 to 151

Universidade Fernando Pessoa
Faculdade de Ciência e Tecnologia